UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO
DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍA

ENSEÑANZA DE LA FRACCIÓN EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR

TESIS
Para obtener el grado de

MAESTRO EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

PRESENTA
JAIRO ISAÍ PACHECO PÉREZ

DIRECTOR
DR. VÍCTOR HUGO DE JESÚS SOBERANIS CRUZ

ASESORES
M.C. JAIME DIONISIO CUEVAS DOMÍNGUEZ
M.T.I. MELISSA BLANQUETO ESTRADA
DR. JAIME SILVERIO ORTEGÓN AGUILAR
M.E.S. ROBERTO ACOSTA OLEA

Chetumal Quintana Roo, México, Octubre de 2014

UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO
DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍA

TRABAJO DE TESIS ELABORADO BAJO SUPERVISIÓN DEL COMITÉ DE ASESORÍA APROBADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

COMITÉ DE TESIS

DIRECTOR: ______________________
DR. VÍCTOR HUGO DE JESÚS SOBERANIS CRUZ

ASESOR: ______________________
M.C. JAIME DIONISIO CUEVAS DOMÍNGUEZ

ASESORA: ______________________
M.T.I. MELISSA BLANQUETO ESTRADA

ASESOR: ______________________
DR. JAIME SILVERIO ORTEGÓN AGUILAR

ASESOR: ______________________
M.E.S. ROBERTO ACOSTA OLEA

UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO
SERVICIOS ESCOLARES
TITULACIONES

UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO
DCI DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍA

Chetumal, Quintana Roo, México, Octubre de 2014.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primeramente a Dios, creador del Universo y Dueño de mi vida, que me ha dado las fuerzas, inteligencia y capacidad para concluir este trabajo con entusiasmo y éxito.

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a mi Director de Tesis, Dr. Víctor Hugo Soberanis Cruz, por su generosidad al brindarme la oportunidad de poder acercarme a él y recurrir a su gran capacidad y experiencia, en un ambiente de confianza y de amistad, brindándome sus valiosas sugerencias y acertados aportes para lograr concluir satisfactoriamente este trabajo.

Agradezco profundamente a todos mis estudiantes de bachillerato plantel Sabán, por haber participado directamente en éste trabajo, ya que por ellos y para ellos se pretende explorar una mejor forma de enseñanza.

También quiero agradecer enormemente a la Universidad de Quintana Roo y a todo personal administrativo de la División de Ciencia e Ingeniería por brindarme el soporte institucional y el prestigio que tiene para la realización de este trabajo.

Quiero agradecer a quienes me han heredado el tesoro más valioso que puede darse a un hijo; AMOR, a quienes sin escatimar esfuerzo alguno han sacrificado gran parte de su vida que me han formado y educado, a quienes nunca podré pagar todos los esfuerzos que han requerido realizar desde mi niñez, a los seres universalmente más queridos: A MIS PADRES, Efraín Pacheco Acosta y Lourdes Jocabeth Pérez Florez.

Quiero agradecer de manera muy especial a mi Esposa NEYDI por su inmenso apoyo y comprensión, por darme todo su amor y cariño, por compartir noches de desvelo y por estar en todo momento a mi lado. A mis hijos: Harvyn, Brayan y Henry, por compartir esos momentos alegres en tiempos de dificultades.

Y a todas aquellas personas que de una u otra forma, colaboraron o participaron en la realización de esta investigación, hago extensivo mi más sincero agradecimiento.

CONTENIDO

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo desarrolla una secuencia de aprendizaje para el concepto de fracción desde cuatro de sus posibles significados, así como la identificación de los problemas cognitivos asociados a estas interpretaciones. Puesto que la secuencia propuesta seguirá las demandas de la RIEMS, parte de nuestro trabajo será explicar, a nuestro entender, los diferentes constructos que conforman la RIEMS. Muy en particular explicitaremos lo que para nosotros significa Educación por Competencias. Al mismo tiempo delimitaremos los objetivos, alcances y limitaciones de nuestra propuesta. Estos serán los elementos que conforman este primer capítulo de nuestro trabajo.

1.1 Antecedentes

La RIEMS tiene la intención de contribuir a la resolución de los principales problemas de la educación media superior de nuestro país, así como responder las demandas de la dinámica mundial.

Entre los problemas internos que afectan a la educación, podemos destacar baja cobertura y eficiencia terminal, altos índices de reprobación, deserción, así como bajos niveles educativos. Así, del grupo de edad de 16 a 18 años, sólo 58% de los jóvenes recibe educación media superior, de ellos sólo 60% logra concluir sus estudios. Las principales razones para abandonar los estudios son problemas sociales, económicos y altas tasas de reprobación; sin embargo, la deserción también se debe a falta de orientación y motivación para continuar y terminar este nivel educativo. Por otra parte, existen muchas evidencias de que nuestra educación media superior tiene un bajo nivel, en comparación con el de otros países, como puede advertirse, por ejemplo, en los resultados de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), organismo internacional que mide, entre otros aspectos, el nivel de aprovechamiento de los estudiantes de los países miembros —como México— y de países invitados. Esta medición se reporta por medio de la prueba conocida como PISA (Programa para la Evaluación

Internacional de Estudiantes), por sus siglas en inglés. Los resultados PISA han sido confirmados por los que se obtuvieron en la Prueba Enlace, instrumento que aplica la Secretaría de Educación Pública.

En lo externo, se requiere que nuestra educación vaya en consonancia con los requerimientos sociales, económicos y tecnológicos del orbe. Algunos de éstos son la economía globalizada, el incremento de conocimientos, así como el desarrollo de las tecnologías de la información y la comunicación.

Las investigaciones han mostrado que, además de los factores sociales, económicos y políticos que han impedido un mejoramiento significativo de nuestra educación, como el menor gasto por alumno (en comparación con el que se destina a tal fin en los países desarrollados de la OCDE), el enfoque educativo que en general se emplea en las aulas es un obstáculo para la mejora sustancial de la educación, pues es memorista y enciclopédico, y por ello no fomenta el desarrollo de las capacidades de comprensión, pero sobre todo no promueve que el conocimiento se aplique en la solución de problemas prácticos. Lo anterior ocurre a pesar del impulso de enfoques pedagógicos innovadores de diferentes sistemas educativos de este nivel y de los esfuerzos de muchos maestros y escuelas por mejorar los aprendizajes de los alumnos.

Por las razones antes citadas, la autoridad federal ha impulsado una educación de calidad en todos los niveles educativos, lo cual "significa atender e impulsar el desarrollo de las capacidades individuales, en los ámbitos intelectual, afectivo, artístico y deportivo, al tiempo que se fomentan los valores que aseguren una convivencia social solidaria y se prepara para la competitividad y las exigencias del mundo del trabajo".

Con el propósito de fortalecer el acceso de los alumnos al nivel medio superior y su permanencia, el Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012 estableció como su objetivo número 13 promover un servicio educativo orientado al desarrollo de competencias, por medio de una reforma curricular que responda a las necesidades y expectativas de los jóvenes, de la sociedad y del sector productivo, en caso de que los alumnos tengan la necesidad de incorporarse al trabajo.

1.1.1 ¿Qué aspectos educativos pretende atender la RIEMS?

(1) Otorgar el mismo reconocimiento a la diversidad de modalidades y subsistemas que imparten el nivel medio superior.

(2) Definir competencias mínimas comunes en los diversos planes de estudio.

(3) Promover la movilidad de los estudiantes entre los subsistemas, de tal manera que se facilite no sólo el ingreso a la Educación Media Superior, sino la conclusión de los estudios.

La RIEMS es el elemento principal para conformar un Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) en un marco de diversidad, cuyo propósito es consolidar una identidad entre la gran variedad de instituciones educativas, públicas y privadas, que conforman este nivel educativo. Además, pretende articular el logro de objetivos comunes con los retos que deben enfrentar los estudiantes.

1.1.2 Los ejes de la RIEMS

Esta reforma se conforma con cuatro ejes de acción principales:

I. La integración de un marco curricular común.

II. La definición y regulación de las diferentes modalidades educativas que actualmente operan.

III. El establecimiento de mecanismos de gestión, para el logro del marco curricular común.

IV. La certificación complementaria del SNB.

De éstos cuatro ejes el presente trabajo se centrará en el primer eje “marco curricular común” ya que el elemento curricular común en esta reforma será el enfoque educativo por competencias, las cuales se concretan en las competencias genéricas, disciplinares básicas y extendidas y en las profesionales.

1.1.3 Marco curricular común

En los últimos ocho años, una preocupación de la educación media superior ha sido que los jóvenes logren un tránsito institucional cuando, por diferentes circunstancias familiares, laborales o económicas, tienen que cambiar de institución educativa e incluso de residencia, y tienen problemas para continuar los estudios de bachillerato que desean concluir.

El nivel medio superior es el que cuenta con la mayor variedad de opciones curriculares y, por tanto, de planes de estudio. Entre ellos están los bachilleratos universitarios, como el que imparte la Universidad Nacional Autónoma de México, en la Escuela Nacional Preparatoria, el Colegio de Ciencias y Humanidades y todas las escuelas incorporadas a éstos; también existen las preparatorias de las diferentes universidades autónomas de los estados, como la Universidad Autónoma del Estado de México o la del estado de Nuevo León, entre otras, las cuales cuentan con sus propios planes y programas de estudio.

En el nivel educativo medio superior también existe una formación tecnológica, que se imparte en los bachilleratos tecnológicos y en las instituciones de formación técnico profesional (Conalep), cuyo propósito educativo es que sus egresados concluyan una formación laboral de técnicos, además de recibir educación media superior. Por último, también hay instituciones de bachillerato general, entre las que figuran las escuelas preparatorias particulares, coordinadas por la Dirección General del Bachillerato, los colegios de bachilleres de los estados, los bachilleratos generales coordinados por las secretarías de educación de los estados, las preparatorias federales por cooperación y los centros de estudio del bachillerato.

1.1.4 ¿En cuál de los ejes de la RIEMS el docente tiene una participación directa?

Si bien la reforma es un proyecto integral en el que intervienen diferentes instancias administrativas, docentes, financieras y educativas, la participación de los docentes se ve reflejada en mayor medida en la aplicación de los principios del marco curricular común en el aula.

El desarrollo de las competencias es un proceso paulatino de largo alcance, que será posible gracias al trabajo diario de los docentes en el aula, la planeación didáctica, la selección y diseño de estrategias y materiales didácticos, pero sobre todo como resultado del trabajo de academia que debe existir en las instituciones.

Para la construcción de este proyecto educativo han participado diferentes instancias educativas con acciones específicas, de tal manera que desde su origen se ha ido conformando un sistema en común mediante el consenso entre las diferentes instituciones federales y estatales que ofrecen educación media superior en el país. En términos generales, éstos son los diferentes niveles de acción que han existido:

(1) **Interinstitucional**. En el ámbito nacional se han definido los elementos curriculares que permitirán mantener una identidad común entre las instituciones de educación media superior. Así surge un marco curricular común que recupera el enfoque por competencias y, al mismo tiempo, define las competencias genéricas y disciplinares básicas.

(2) **Institucional**. Dependiendo de las finalidades y características filosóficas, epistemológicas, psicológicas y educativas, cada institución ha incorporado los diferentes tipos de competencias en su modelo educativo, el cual se verá plasmado en su plan y programas de estudios. En el caso del bachillerato general, la inclusión del enfoque educativo por competencias se ve reflejada principalmente en sus nuevos programas de estudio.

(3) **Escuela**. Dentro de este enfoque, el trabajo en academia es el que permitirá establecer las bases para operar un enfoque por competencias. Será la academia quien establezca estrategias de trabajo generales, que se traducirán en el uso de nuevas estrategias de enseñanza y evaluación.

(4) **Aula**. El enfoque por competencias se concreta en el aula, donde se promueven las competencias genéricas a partir de las estrategias didácticas, los materiales seleccionados, las actividades detonadoras y el diseño de secuencias didácticas. Por ello recomendamos que el docente tome en cuenta las competencias genéricas.

1.1.5 ¿Por qué existe tal diversidad de propuestas educativas de nivel medio superior?

A diferencia de la educación básica, en el nivel medio superior se presentan varias opciones con el propósito de atender los diferentes intereses que existen entre la población de jóvenes. Estas opciones reconocen que no todos ellos cursarán una educación superior, pues centran sus inquietudes en el mercado laboral, con la intención de cubrir sus necesidades económicas o independizarse; se toma en cuenta, además, que algunos no se sienten atraídos por la escuela. Con base en esta diversidad, la RIEMS propone conformar un marco curricular común, que otorgue a las diferentes instituciones educativas una identidad común, al contar con elementos curriculares flexibles que posibiliten mantener diferentes opciones de planes de estudios, asignaturas y programas de estudio acordes a la filosofía de cada institución. Por ello, las instituciones del nivel medio superior, más que contar con un plan y programa de estudios nacional, como en el caso de la educación básica, podrán tener un plan de estudios conforme a sus finalidades, pero que comparta un enfoque educativo común con otras instituciones del nivel. De esa manera, las instituciones que incluyan y operen las pautas académicas definidas en el marco curricular común formarán parte del Sistema Nacional de Bachillerato.

1.1.6 ¿Cuáles son los elementos que compartirán las instituciones educativas del nivel medio superior, al contar con un marco curricular común?

Un perfil de egreso común para todo bachiller, el cual se traduce en once competencias genéricas, que permiten la integración de conocimientos, habilidades y actitudes, que llevará a los jóvenes al logro de desempeños comunes, independientemente de la modalidad, subsistema o entidad federativa en el que hayan cursado sus estudios. Al establecerse un marco curricular común basado en competencias, es importante conocer qué son éstas y cuál es el enfoque para desarrollarlas, lo que se plantea a continuación.

1.1.7 El enfoque de competencias en el campo de la educación y del currículo

En los últimos años nos encontramos en lo que se podría denominar el enfoque de competencias en la educación. Desde diversos sectores se impulsa el empleo de este concepto primero en el ámbito de la formación laboral del técnico medio, en donde el enfoque apareció con mucha fuerza a mediados de los años ochenta[1] y se convirtió muy rápido en una estrategia prometedora de la formación de este técnico

[1] Ello explica que en México fuese la Secretaría del Trabajo una de las grandes instancias que impulsó esta perspectiva, construyendo incluso lo que se denomina su modelo CONOCER, para promover una formación puntual en las habilidades que se requieren para desempeñar una actividad de técnico medio, o bien, como un instrumento que permitiera certificar las habilidades que se requieren en su desempeño. Posteriormente el enfoque tuvo cierto impacto en el Colegio Nacional de Educación Profesional (CONALEP), que en esos años tenía una orientación hacia la formación de este tipo de técnicos.

medio o en un instrumento que permitiera la certificación de sus destrezas. La definición de competencias del técnico medio permitiría a su vez definir con claridad los tramos de formación —en general módulos— a la medida de las exigencias que cada desempeño técnico tuviese. Tal es la mirada economicista, incluso promovida por el Banco Mundial en su documento sobre "educación técnica" (Banco Mundial, 1992) donde la eficiencia se encontraba anclada a sólo proveer el número de módulos exacto para el desempeño de la tarea técnica así concebida. No hay demasiada novedad en la aplicación de este enfoque pues la disección de las actividades que desempeña un técnico medio se realiza a partir del análisis de tareas, instrumento que ya se utilizaba en el campo de la educación desde los años cincuenta, como lo podemos ejemplificar con el caso de un técnico automotriz. En la Unión Europea el tema de las competencias del técnico medio también tuvo cierto impacto debido a la necesidad de reconocer en sus diferentes países las habilidades que se exigen para cada uno de ellos. Sin embargo, debemos reconocer que esta situación permitió una primera discusión sobre el término competencias donde quizá lo más relevante fue reconocer que no existía un acuerdo sobre el significado del mismo en los diversos países que utilizaban este concepto. Aunque no es fácil aceptar una conceptuación del término competencias podríamos reconocer que supone la combinación de tres elementos: *a)* una información, *b)* el desarrollo de una habilidad y, *c)* puestos en acción en una situación inédita. La mejor manera de observar una competencia es en la combinación de estos tres aspectos, lo que significa que toda competencia requiere del dominio de una información específica, al mismo tiempo que reclama el desarrollo de una habilidad o mejor dicho una serie de habilidades derivadas de los procesos de información, pero es en una situación problema, esto es, en una situación real inédita, donde la competencia se puede generar. Eso mismo dificulta su situación escolar, ya que en la escuela se pueden promover ejercicios, y a veces estos ejercicios son bastante rutinarios, lo que aleja de la formación de una habilidad propiamente dicha. También en la escuela se pueden "simular" situaciones de la vida cotidiana o de la vida profesional, pero si bien tales simulaciones guardan un valor importante en el proceso de formación —constituyen lo que Bruner (Bruner y Olson, 1973) llegó a denominar una experiencia indirecta en la educación—, no necesariamente son los problemas que constituyen la vida real aunque son una buena aproximación a esos problemas. De igual manera no es fácil establecer una clasificación o una organización de las competencias dado que su aplicación a la educación data de muy pocos años, lo que significa que no existe un planteamiento sólido sobre las mismas y lo mismo explica que en las diversas propuestas que se han elaborado al respecto cada autor o cada programa genere las denominaciones que considere pertinentes. En este rubro se impone una reflexión, ya que cuando la teoría de objetivos se mundializó en los años setenta, esa teoría tenía más de sesenta años de haberse generado en Estados Unidos, lo que llevó a mundializar un discurso y un conjunto de técnicas relativamente probadas, relativamente estables. El tema de las competencias es muy reciente, tiene elementos que le hacen repetir planteamientos de otras posiciones, lo cual dificulta tanto la denominación que se hace de las mismas como los instrumentos técnicos que ayuden a su definición. Aun reconociendo esta dificultad consideramos que es importante establecer una primera clasificación y ordenamiento de las mismas. Esta clasificación la estamos elaborando a partir de la observación con la que contamos en este momento sobre las diversas formas en que los autores o los programas conciben las competencias en el ámbito de la educación y en particular en los planes y programas de estudio.

1.1.8 Competencias genéricas

En el caso de lo que denominamos competencias genéricas debemos reconocer que tiene dos usos en los planes y programas de estudio, uno vinculado a la educación básica y otro a la formación profesional en la educación superior. Es pertinente hacer un tratamiento de las mismas conservando esta diferenciación. En el caso de la educación básica se puede observar que en la Unión Europea consideraron más pertinente hacer referencia con la denominación de competencias clave (EURIDYCE, 2002). Esta denominación la construyen a partir de una reflexión muy libre sobre las conclusiones de la Conferencia Mundial de la Educación de 1990, en las que se establece que para lograr una educación para todos es necesario lograr que “Todas las personas —niños, jóvenes y adultos— se puedan beneficiar de las oportunidades educativas diseñadas para satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje”. Si bien el concepto competencias clave no se encuentra de esta manera enunciado en tal documento, responde al sentido del mismo (EURIDYCE, 2002, p. 12). De esta manera se le asignó a la educación básica la responsabilidad de iniciar la formación en dos tipos de competencias genéricas: genéricas para la vida social y personal, y genéricas académicas. Las competencias genéricas para la vida social y personal son aquellas cuya formación permitirá el mejor desempeño ciudadano. No habría que olvidar que ese fue uno de los temas centrales del debate pedagógico con el que se inició el siglo XX, sea en la perspectiva de Durkheim para quien la función de la educación es la transmisión de los valores de una generación adulta a una generación nueva, o en el razonamiento de John Dewey que ve en la educación el factor de progreso, de la adquisición de la ciudadanía en una sociedad de inmigrantes. Estos autores no hicieron referencia al tema competencias, pero en el núcleo de su propuesta se pueden identificar esas competencias consideradas para la vida social, tales como competencia para la ciudadanía, para la tolerancia, para la comunicación, así como competencias personales, tales como honradez, entusiasmo, autoestima, confianza, responsabilidad, iniciativa y perseverancia. Por su parte, las competencias genéricas académicas consisten en aquellas competencias centrales que se deben formar en la educación básica como un instrumento que permita el acceso general a la cultura. Dos competencias encabezan este planteamiento, las que guardan relación con la lectura y escritura, y las que se refieren al manejo de las nociones matemáticas, así como al dominio de conceptos básicos de ciencia y tecnología y una competencia en lenguas extranjeras. Dos problemas surgen con esta perspectiva en el manejo de las competencias. En primer término se trata de procesos que nunca concluyen, pues siempre se puede mejorar la competencia ciudadana o para la tolerancia; de igual manera la habilidad lectora se encuentra en un proceso incremental cualitativo no sólo a lo largo de la escolarización, en el caso de que el sujeto concluya con estudios superiores e incluso de posgrado, sino a lo largo de su vida. Esto significa que en ningún momento se puede afirmar “esta competencia ya se logró”, en el fondo cada una de las actividades que se realizan en un grado escolar de la educación básica contribuye a su adquisición, pero su logro es un proceso de desarrollo que en realidad ocurre en toda la existencia humana. Un segundo problema surge para la operación de un plan de estudios a partir de la enunciación de tales competencias: su grado de generalidad es tan amplio que en estricto sentido no orientan la formulación del plan. En algunas ocasiones esta situación se intenta resolver colocando algunos indicadores de desempeño a cada competencia enunciada, pero los indicadores de desempeño, perfectamente aceptados en el análisis de tareas o claramente aplicados en la "teoría de objetivos conductuales", significan un retroceso en el empleo del enfoque por competencias.[2] Si finalmente la elaboración de un plan de estudios con el enfoque por competencias concluye en una serie de indicadores de desempeño, será necesario aclarar cuál es la aportación de este enfoque al campo de la teoría curricular. En todo caso con el mismo se regresa a la década de los años cincuenta del siglo pasado.[3] Si bien se reconoce que el conjunto de estas competencias no se puede promover sólo desde la escuela, sí se considera que su promoción permitirá que el estudiante "actúe de una manera más eficaz fuera del contexto escolar" (EURIDYCE, 2002, p. 17). La denominación de competencias genéricas puede adquirir otros nombres, aunque su sentido permanece como aquellas que logran la mayor integración posible de un aprendizaje en el sentido amplio del término, esto es, una síntesis de contenido, habilidad y capacidad de resolución de situaciones inéditas.

1.1.9 Competencias disciplinares o transversales

En el caso de los planes de estudio, es factible reconocer diversas competencias que surgen de la necesidad de desarrollar esos conocimientos y habilidades vinculadas directamente a una disciplina, así como aquellas que responden a procesos que requieren ser impulsados por un trabajo que se realice desde un

---

2 En algunos planteamientos los denominan "criterios de desempeño", concebidos como "el resultado esperado con el elemento de competencia y a un enunciado evaluativo de la calidad que ese resultado debe presentar. Se puede afirmar que los criterios de desempeño son una descripción de los requisitos de calidad para el resultado obtenido en el desempeño laboral; permiten establecer si el trabajador alcanza o no el resultado descrito en el elemento de competencia", en Castellanos, s/f, p. 81.

3 "El lenguaje de las competencias invade los programas, pero a menudo sólo es aún un traje nuevo con el que se visten ya sean las facultades de la inteligencia más antiguas, ya sean los saberes eruditos enseñados desde siempre", Perrenaud, 1999, p. 61.

conjunto de asignaturas del plan de estudios. En el primer caso, el trabajo disciplinario responde a la necesidad de desarrollar un pensamiento matemático, sociológico, histórico o científico. Debemos reconocer que este desarrollo del pensamiento es más complejo que solamente la adquisición de diversos conocimientos, aunque requieren de esos conocimientos. Así por ejemplo, un estudiante puede desarrollar la habilidad para resolver alguna cuestión matemática, desde una simple división de quebrados hasta un tema algebraico como la resolución de binomios del cuadrado perfecto. La resolución de ambos tipos de problemas matemáticos se puede realizar mediante la aplicación mecánica de una regla que domina de manera nemotécnica, que no necesariamente constituye una evidencia del desarrollo de un pensamiento matemático. Así, quien recuerde que la división de quebrados requiere de una multiplicación de numerador por denominador, o quien haya memorizado que un binomio del cuadrado perfecto se resuelve mediante la siguiente regla: cuadrado del primero, más doble producto del primero por el segundo, más cuadrado del segundo, tiene fuertes posibilidades de ofrecer un resultado correcto. Perrenaud (1999, p. 75) recuerda que en la historia de la didáctica el ejercicio fue degenerando hasta convertirse en una actividad rutinaria que, lejos de promover el desarrollo de un proceso de pensamiento, se quedó anclado en mecanizaciones que fueron perdiendo su sentido. Éste es un aspecto sobre el cual el autor desea prevenir con toda claridad a quienes asumen el enfoque por competencias, cuando recuerda que una práctica escolar es construir un problema artificial y descontextualizado, en colocar un problema sólo para que éste sea resuelto. La sección realista de problemas en el ámbito escolar es una forma de posibilitar una movilización de la información en la perspectiva de vincularse con un problema específico. El desarrollo de procesos de pensamiento vinculado a una disciplina podría considerarse una opción para la aplicación del enfoque de competencias en la educación, con la limitación de que no necesariamente cumpliría con el factor de “situación real inédita”, pues ciertamente este aprendizaje es mucho más complejo que la exclusiva retención de conocimientos. Algunas perspectivas constructivistas suelen llamarlo aprendizaje de conceptos y también aprendizaje de procedimientos. De esta manera, en el campo de la matemática, del lenguaje, de la historia o de las ciencias naturales, no sólo se requiere del dominio de alguna información (aprendizaje de datos) en la cual la memorización es el principal proceso cognitivo puesto en operación; sino que los otros dos tipos de aprendizaje (conceptos y procedimientos) reclaman de un desarrollo cualitativo de actividades mentales que requieren generar una comprensión, una explicación, una traducción de los temas al lenguaje de cada uno de los aprendices, así como un reconocimiento de que para generar un conocimiento matemático o histórico se sigue un proceso de ordenamiento mental diferente, se establece una secuencia de ordenamiento de la información, una secuencia de interrogaciones distintas. El aprendizaje de procedimientos permite efectivamente enfrentar situaciones inéditas, porque finalmente ha permitido que cada sujeto adquiera el mecanismo de construcción del conocimiento en una disciplina específica. Una discusión que desde la perspectiva de competencias se abre en esta situación es si realmente esto se puede reconocer como la aplicación de dicho enfoque. Esto es, si un aprendizaje de información, conceptos y procedimientos es en sí una competencia matemática. Otra opción, y quizá con mucho mayor sentido es la que plantea Roe al reconocer que no todo lo que se enseña y aprende de una disciplina en un ambiente escolar puede ser abordado con el enfoque por competencias. Para este autor las disciplinas forman también aprendizajes básicos (Roe, 2003) que deben ser aprendidos en la lógica y estructura del pensamiento de cada disciplina. Existen otros momentos o tramos de formación en un plan de estudios en los cuales con un enfoque de problemas se puede promover la integración de la formación disciplinar adquirida. Una consecuencia de esta posición llevaría a reconocer que ciertos conocimientos básicos: habilidades y destrezas matemáticas, físicas o químicas; conocimiento de la historia, la literatura, requieren de una base disciplinar específica que posteriormente, en el mismo plan de estudios, requiere movilizarse en la resolución de problemas que articulen la información de varias disciplinas con problemas específicos. Un punto fundamental en una perspectiva de este tipo es reconocer que sin la movilización de la información [4] difícilmente se impulsará una perspectiva de formación en

[4] Perrenaud insiste ampliamente en el tema de movilización de la información como aspecto central del enfoque por competencias.

competencias, y que la movilización de la información es el resultado del empleo que cada estudiante requiere efectuar de tal información en el marco de un problema real que tiene que solucionar. En opinión de Perrenaud (1999, p. 29) esta movilización de la información acerca el enfoque de competencias al concepto esquema de acción de la teoría piagetiana, y al tiempo que permite una mejor fundamentación de lo que se puede enunciar como aplicación del enfoque de competencias a la educación, posibilita una explicación del efecto de esta movilización de la información en la estructura cognitiva de un individuo. Una clara consecuencia de la posición de Roe para la tarea de elaboración de planes y de programas de estudio consiste en reconocer dos momentos en la formación, uno vinculado a la adquisición de información disciplinar básica y otro referido a su empleo en problemas específicos. La forma como esto se puede realizar en un plan de estudios de educación básica y otro de formación profesional superior adquirirá formas específicas.

En cuanto a las llamadas competencias transversales, varios autores coinciden que en estricto sentido éste es el enfoque de educación por competencias, puesto que en la vida profesional un sujeto no utiliza los conocimientos de una disciplina de manera aislada; los problemas que tiene que resolver reclaman de la conjunción de saberes y habilidades procedentes de diversos campos de conocimiento.[5] De esta manera, los enfoques interpluri-multidisciplinarios constituyen una manera anterior para reconocer el desarrollo de estas competencias. Las competencias transversales pueden ser de dos tipos: aquellas más vinculadas con el ámbito de desempeño profesional, lo que en otros términos podría denominarse una habilidad profesional, una práctica profesional en donde convergen los conocimientos y habilidades que un profesionista requiere para atender diversas situaciones en el ámbito específico de los conocimientos que ha adquirido. Así por ejemplo el documento sobre “Competencias a adquirir por los estudiantes de Medicina de la Universidad de Barcelona” (2002) a partir del modelo de Harden establece tres niveles de competencias integradoras de la formación profesional. La base genérica

[5] “Un médico, un arquitecto, un ingeniero utilizan grandes fragmentos de numerosas disciplinas escolares y universitarias, pero también saberes constituidos, propios de su dominio de acción, ya sea saberes eruditos, profesionales o basados en la experiencia”, Perrenaud, 1999, p. 53.

de las mismas es un médico competente y reflexivo: *a)* capaz de hacer (competencia técnica), *b)* capaz de fundamentar la manera como aborda su práctica (hacer lo que es correcto de manera correcta, esto es mostrar competencias académicas, nivel conceptual y pensamiento crítico) y, *c)* capaz de mostrar una competencia profesional (hacer lo que es correcto, de manera correcta, por la persona correcta). A partir de esta integración de competencias se desprenden otro conjunto de ellas para determinar la formación profesional. Debo reconocer que en el planteamiento de estos autores no se definen las anteriores como competencias transversales, pero dado su carácter tienen este sentido, ya que integran los aprendizajes de todas las disciplinas que forman un plan de estudios. Sin embargo, el grado de generalidad de las mismas dificulta su interpretación en el conjunto del plan de estudios. Otra forma de manejar las competencias transversales se encuentra referida a un conjunto de aprendizajes que se pueden promover en la educación básica, como lo establece el documento "Competencias clave para la vida" al enunciar: "el término transversal no se refiere a los elementos comunes de las diferentes competencias específicas de las materias, sino a los aspectos complementarios e independientes que pueden ser utilizados en otros campos" (EURIDYCE, 2002, p. 14), al ejemplificar esta visión plantea como destrezas genéricas la comunicación, la resolución de problemas, el razonamiento, el liderazgo, el trabajo en equipo, la capacidad de aprender. Un énfasis particular adquiere la perspectiva de conocimientos para la vida y la necesidad de mantener una actitud que permita el aprendizaje continuo. En este caso la perspectiva del aprendizaje basado en la resolución de problemas o los modelos que se reconocen articulados como enseñanza situada constituyen una expresión específica de tales acciones. En opinión de Roe, la formación en competencias corresponde a una segunda etapa de los tramos de formación curricular, donde se aplican conocimientos aprendidos en una forma más disciplinaria. De igual forma vale la pena mencionar que para Bernard Rey otra forma de analizar las competencias transversales es concebirlas como competencias-elementos. Ello abre la posibilidad de encontrar una transversalidad interior en cada disciplina. La identificación de diversos micro competencia se convierte en esta perspectiva en un elemento constitutivo de toda operación. “Saber leer —dice— es una competencia que encontramos tanto para resolver un problema de matemáticas, como para aprender un poema, pero el elemento saber leer no ocupa el mismo lugar en ambas actividades” (Rey, 1999). Una segunda perspectiva de las competencias transversales se encuentra vinculada con el desarrollo de ciertas actitudes que se encuentran basadas en conocimientos, tal es el caso del desarrollo de una perspectiva ambiental, del respeto a los derechos humanos o de la educación en democracia. Las competencias en este rubro son el resultado no sólo del manejo de la información y del desarrollo de habilidades específicas, sino que requieren de igual forma el desarrollo de una actitud, de una valoración que incorpora un elemento diferente en esta perspectiva.

1.1.10 A manera de conclusiones

Han surgido desde el inicio múltiples conclusiones, pero precisamente la dificultad que ha tenido el concepto competencias para desarrollarse en el campo de la educación y las aportaciones que podrían ocurrir en el debate educativo permite entender esta situación. En primer lugar, el empleo del término competencias ha dado origen a un lenguaje muy amplio en el terreno de la educación. Esta diversificación lleva a promover clasificaciones distintas de las competencias y origina una enorme confusión. No existe en el momento, y es necesario reconocerlo, una clasificación completa, racional y funcional que oriente los procesos de diseño curricular y los sistemas de enseñanza. El término competencia procede del mundo del trabajo y del campo de la lingüística. Su aplicación en la formación del técnico medio ha rendido buenos dividendos; su aplicación a la educación básica y a la educación superior ha traído nuevas dificultades. No se puede desconocer que bajo la discusión de las competencias se ha efectuado un debate de carácter más estructural en el campo de la educación, y en esto reside la riqueza del concepto, pero al mismo tiempo ha contribuido al establecimiento de un discurso hueco de innovación. Entre sus principales aportaciones se encuentra el volver a plantear el sentido del aprendizaje en el contexto escolar. Cuál es la finalidad de lo que se enseña: llenar la cabeza de información que se retenga y sea reproducida en los esquemas y textos mostrados en la escuela, o formar un individuo con capacidad propia de razonamiento y con un conjunto de habilidades que le permitan resolver situaciones cotidianas. Sin lugar a dudas que éste es el centro del debate de los paradigmas en el campo de la didáctica en los últimos cien años, un debate que nos permite vislumbrar lo difícil que es para un sistema educativo, para un sistema de enseñanza docente y seguramente para un sistema de examinación, particularmente exacerbado en la era de los exámenes masivos, abandonar la mirada enciclopedista de la educación para desarrollar una visión atenta a la sociedad de la información, acorde con las exigencias de resolver situaciones problemáticas. No existe en este momento una propuesta clara y definitiva sobre el empleo del enfoque por competencias en el campo de la educación; no existe un planteamiento claro que permita una formulación curricular segura. En el caso del currículo, podemos afirmar que encontramos múltiples clasificaciones que no necesariamente permiten orientar los procesos de diseño curricular. No se tiene claridad sobre las ventajas que subyacen en emplear el término competencias referido a ámbitos disciplinares: competencia matemática, etc., o al señalamiento de habilidades específicas como competencia lectora, lo que también ha dado pauta a determinar diversas sub-competencias que van delimitando mucho más lo que se denomina un contenido académico. Al mismo tiempo, se puede reconocer que este enfoque permite avanzar en la lucha contra el enciclopedismo y el saber erudito como finalidad de la educación. La discusión sobre sus aportaciones y las inercias que puede esconder este planteamiento invitan a realizar una reflexión mucho más serena sobre el valor de esta propuesta. Más allá de la discusión pedagógica que se renueva con la incorporación del término, surgen nuevas dificultades. Algunas guardan relación con lo que se podría denominar una metodología para la elaboración de planes de estudio; otras con las estrategias para aplicar tales propuestas a situaciones prácticas en el aula. Es difícil construir una metodología de diseño curricular apoyada en la perspectiva de las competencias. Con claridad hemos presentado un enfoque que integralmente toma esta propuesta y otro que elabora una construcción mixta. El valor del primero es la construcción de un mapa general de competencias, con la dificultad de encontrar un mecanismo coherente para diseminar esta postulación en una construcción curricular, mientras que el mérito del segundo —el que en mi opinión tiene más futuro— es reconocer el sentido de las competencias a partir del respeto de enfoques académicos que tiendan a precisar una estrategia de diseño curricular donde los contenidos básicos se puedan aprender. Esto deja abierta la problemática de las llamadas competencias disciplinares: matemáticas, científicas entre otras. Sin embargo, también se puede observar la forma como estas competencias finalmente quedan fundidas en términos como desarrollo de capacidades y destrezas. Aquí surge un problema mayor, que incluso se puede concebir con las conceptuaciones que la OCDE plantea en la elaboración de sus exámenes internacionales. Concebir las habilidades y destrezas para la vida, como las denomina esta organización, puede ayudar a definir una estrategia de evaluación y a construir los diversos reactivos de la prueba que elaboran, pero no permite realizar una construcción curricular. Nuestros planes de estudio con sus diferentes enfoques continúan centrados en un ordenamiento relativamente jerárquico de temas que deben ser abordados. Con el enfoque por competencias pasa exactamente lo mismo: la definición de las competencias genéricas o profesionales efectivamente ayudan a delimitar los desempeños que deben tener los individuos, pero no permite una construcción curricular consistente, no permite orientar con precisión la elaboración de un plan de estudios ni la forma de graduar el trabajo en su interior. Quizá la clave se encuentre en el segundo aspecto: el enfoque por competencias puede tener una incidencia significativa en la modificación de los modelos de enseñanza. Entonces las diversas estrategias: aprendizaje situado, aprendizaje basado en problemas, aprendizaje colaborativo, adquieren un sentido de posibilidad que podría ser interesante examinar. Es probable que el enfoque de competencias pueda mostrar su mayor riqueza si se logra incorporar de manera real en la tarea docente, en la promoción de ambientes de aprendizaje escolares. En este sentido se trataría de pasar de los modelos centrados en la información hacia modelos centrados en desempeños. Los conceptos de movilización de la información, de transferencia de las habilidades hacia situaciones inéditas adquieren una importancia en esta perspectiva. En todo caso el reto del enfoque de las competencias en la educación es enorme, ya que requiere clarificar su propia propuesta, lo cual significa construir un lenguaje que contenga tanto su propuesta como sus límites. Esto es, se requiere evitar la diversidad tan amplia de interpretaciones que desde la perspectiva de las competencias se están elaborando en el campo de la educación. Al mismo tiempo, se requiere explorar con mayor cuidado las dimensiones pedagógicas de un tema, que evidentemente reinicia una discusión sobre el sentido del aprendizaje escolar, pero que la mayoría de los autores que lo abordan sencillamente lo omiten o lo desconocen. Los temas presentados en este ensayo indudablemente merecen un análisis mucho más detallado con la finalidad de determinar sus posibilidades. En particular, los términos competencias transversales y competencias disciplinarias, con los riesgos que existen para ser abordados en perspectivas reductivas, pueden ofrecer aspectos interesantes que coadyuven a crear condiciones distintas para la práctica educativa. Indudablemente, el enfoque es muy joven todavía para mostrar cuáles serán los derroteros que asuma en el terreno educativo.

La finalidad de éste trabajo es tomar las recomendaciones de las reformas actuales, en este caso la RIEMS, en las que se hace énfasis en que la educación en nuestros días debe estar sustentada bajo el enfoque de competencias (como menciona el artículo de Díaz Barriga). Considerando éstas premisas se desarrolla una secuencia didáctica para la enseñanza de las fracciones en el aula ya que éste constructo, además de ser elemento indispensable en la cultura matemática de todo ciudadano, se toma como conocimiento necesario para introducirse en el estudio de nuevos contenidos. De ésta manera contribuimos con una alternativa de enseñanza significativa y de largo plazo; así el estudiante tendrá la oportunidad a emplear los conocimientos adquiridos durante su formación académica en el momento adecuado en ambientes precisos a su entorno.

1.2 Justificación

Las observaciones que se harán a continuación indican las dificultades cognitivas que tienen la mayoría de los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones. Por supuesto que éstas dificultades surgen desde la Primaria y son arrastradas a niveles siguientes como la secundaria y bachillerato y en no pocos casos hasta profesional.

Las cantidades representadas por números naturales son fáciles de entender. Podemos contar y decir cuántas naranjas están en una bolsa. Pero las fracciones causan dificultades a la mayoría de la gente, porque implican relaciones entre cantidades. Por mencionar algo, la pregunta ¿Qué es un medio?, causa gran impacto al momento de intentar responderla.

En éste trabajo se pretende desarrollar un programa de enseñanza-aprendizaje que le facilite los alumnos la comprensión de las fracciones.

Varios estudios concuerdan que la mayoría de los estudiantes tienen poca dificultad en la comprensión de los números naturales, pero que la mayoría son desafiados por las fracciones. La naturaleza relativa de las fracciones es una fuente de dificultades para los alumnos, requiere que se den cuenta que la misma fracción puede representar a diferentes cantidades (por ejemplo: 1/2 de 8 y 1/2 de 12 son diferentes) y que las fracciones diferentes pueden ser equivalentes, porque se refieren a la misma cantidad (por ejemplo: 1/3 y 3 / 9,).

Algunos trabajos relacionados a las fracciones indican la necesidad de mostrar que los números naturales y las fracciones son de naturalezas enteramente diferentes. Un error bien documentado que los alumnos hacen con fracciones es pensar que, por ejemplo, 1/3 de una torta es menor que 1/ 5 porque 3 es menor que 5. Sin embargo, la mayoría de los estudiantes reconocen fácilmente que una torta repartida entre tres toca a porciones más grandes que compartida entre cinco.

Otra dificultad radica en que los estudiantes quieren manejar a los número fraccionarios como si fueran enteros, quieren multiplicar como si fueran números enteros y es ahí donde empieza el conflicto, en este caso se le debe de explicar al alumno que una fracción es una parte de un entero, es decir que es menos que el entero y que por lo tanto no se puede utilizar como tal, sin embargo para el alumno es difícil entenderlo y aplicarlo pero ahí entra la labor del maestro en el diseño de estrategias que hagan posible el aprendizaje significativo por parte del estudiante.

1.3 Objetivo

1.3.1 Objetivo General.

En éste trabajo se diseña una secuencia de enseñanza basado en competencias para examinar el desarrollo y la comprensión de los estudiantes en el conocimiento de las fracciones con las diferentes interpretaciones.

1.3.2 Objetivos Específicos

1. En el desarrollo de la secuencia de aprendizaje, comprender al constructo fracción como el subconstructo parte-todo.
2. En el desarrollo de la secuencia de aprendizaje, comprender al constructo fracción como el subconstructo cociente.
3. En el desarrollo de la secuencia de aprendizaje, comprender al constructo fracción como el subconstructo razón.
4. En el desarrollo de la secuencia de aprendizaje, comprender al constructo fracción como el subconstructo operador.

1.4 Alcances y limitaciones del proyecto

Este proyecto puede ser considerado por otras instituciones educativas de nivel medio superior porque las fracciones son importantes en la vida cotidiana y en el mundo del trabajo y también son esenciales cuando los alumnos continúan estudiando en niveles superiores. La secuencia propuesta en éste trabajo fue implementada mediante cuatro sesiones y puede parecer que no tiene gran significado pero en realidad esta modesta inversión da cuenta para establecer la base conceptual para la comprensión de una nueva forma de pensar y aprender las fracciones como números. Las situaciones aquí planteadas proporcionan un sólido punto de partida para la comprensión de los alumnos en cuanto a la lógica de los números fraccionarios, pero no deben ser visto como la única forma que se puede tener para enseñar las fracciones, ya que se debe cuidar plenamente que los conceptos de las fracciones se extienden mucho más de lo que aquí se plantea y no permanecen en contextos específicos. Se debe revisar los conceptos en diferentes niveles de dificultad, pero para lograr esto los profesores deben ser conscientes de las situaciones distintas en las que se utilizan las fracciones y las dificultades particulares que cada situación conlleva.

1.5 Viabilidad de la propuesta

En el desarrollo de este trabajo participaron alumnos del colegio de bachilleres plantel Sabán provenientes de telesecundaria, secundaria técnica, secundaria general y de educación para adultos, de tal manera que se trabajó con un grupo heterogéneo. Para fines de éste proyecto se espera que los estudiantes cuenten con conocimientos previos relacionados con el aprendizaje de las fracciones. Para efectos de homogeneizar al grupo es necesario revisar algunos conceptos básicos de las fracciones como la relación parte-todo, la identificación de la unidad, realizar particiones y manejar la idea de área. En segundo lugar verificar que pueda realizar operaciones fraccionarias básicas como, sumar y restar con igual o diferente denominador, multiplicar y dividir. En tercer lugar los estudiantes deben ser capaces de resolver problemas muy prácticos como por ejemplo, un coche "a" recorre un trayecto de 3 km en 5 min. ¿Cuánto tardará en recorrer un trayecto de 4 km? En cuarto lugar que los estudiantes comprendan la relación que existe entre cantidades fraccionarias y su equivalencia con cantidades decimales; es decir, la relación que guarda ½ con 0.5 o ¼ con 0.25. En quinto lugar que los estudiantes comprendan la existencia de decimales periódicos y no periódicos como ejemplo 0.333333333 o el valor de pi (π) 3.14159265358979323846, respectivamente. Y por último que los estudiantes comprendan que los números fraccionarios se pueden situar en la recta numérica como una extensión de los números naturales (para efectos de este proyecto se aplicó una evaluación diagnostica a los alumnos y determinar el grado de conocimiento, ver anexo B). Atendiendo a estas consideraciones se puede llevar acabo la propuesta que aquí se plantea, de tal forma que al término de la misma el estudiante sea capaz de aplicar las fracciones con una profundidad mayor con la que inició; es decir, que sean capaces de usar a las fracciones en sus varias representaciones o interpretaciones, según se tratan en este trabajo, como son las fracciones vistas desde el punto de vista como cociente, razón, parte-todo, operador, y que pueda lograr desarrollar los conocimientos requeridos por el programa de estudio del colegio de bachilleres en Matemáticas I en relación al Bloque II.

CAPITULO 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

La Matemática es una construcción del hombre para un mejor entendimiento del mundo y para poder resolver problemas concretos cuyos resultados representan un significativo aporte al acervo cultural y tecnológico de la humanidad. La capacidad de la matemática para modelar la realidad de manera simbólica la convierten en una herramienta indispensable para la comprensión de los entes, objetos y procesos de estudio.

Carlos Zuppa en su Revista Digital de Divulgación Matemática 2006 Titulado: “La Matemática en nuestra cultura y la tecnología”, expresa: “La conciencia de que la Matemática está en casi todo lo que nos rodea no es una simple anécdota: que teorías matemáticas muy abstractas han sido y son continuamente aplicables a problemas cotidianos es una realidad que muchas veces es difícil de hacer entender o visualizar. En ocasiones, los desarrollos más abstractos han terminado por ser la clave que ha permitido, al paso de los años, resolver problemas de la Física, la Ingeniería o la Medicina. Con el desarrollo espectacular de la ciencia en nuestra época y con la irrupción espectacular de las computadoras con gran potencia de cálculo, la importancia de la matemática ha adquirido dimensiones sorprendentes hasta el punto de invadir, sin que lo percibamos, toda nuestra vida cotidiana. Todos tenemos conciencia de que la computadora ha invadido todos los aspectos de la vida diaria: medicina, animación computarizada, control de mecanismos, análisis de datos, verificación y seguridad de transacciones, simulación de procesos, etc. Pero los ladrillos estructurales que le permiten a la computadora hacer lo que hace son las teorías matemáticas de la información, de la mecánica de fluidos y gases, de la geometría computacional y muchas más”.

Así pues, una de las características de las matemáticas en la actualidad es su uso en prácticamente todas las áreas del quehacer humano, desde las actividades cotidianas como contar, comprar en el mercado, prestar servicios hasta la investigación científica. Es por esto que para los maestros de matemáticas su trabajo no es simplemente impartir clases, sino que inducir tanto una cultura Matemática como guiar al desarrollo del razonamiento y pensamiento matemático.

Para efectos de estructurar esta propuesta es necesario tener respuestas sobre ¿qué es aprender?, ¿qué es aprender matemáticas?, ¿qué es aprender fracciones?, entre otras consideraciones.

2.1 ¿Qué es aprender?

El psicólogo americano Ernest H. Hilgard (1904-2001) definió el aprendizaje como un proceso a través del cual se origina una actividad nueva o se modifica una anterior, siempre que no sean respuestas a reacciones innatas, procesos de maduración o estados temporarios del cuerpo.

En sentido concordante, Robert Feldman definió también al aprendizaje como un proceso de cambio en la conducta humana, relativamente permanente, originado por la experiencia.

El aprendizaje complementa los procesos innatos de maduración, haciendo adquirir por medio de la experiencia modos de respuestas duraderos. Toda conducta que no es innata, es aprendida, y creadora de hábitos por repetición. Así puede fomentarse el hábito de la lectura, el de estudiar, los hábitos de higiene, o los buenos modales.

En el proceso de aprendizaje se involucran todas las funciones psicológicas (memoria, atención, voluntad, razonamiento) y éstas a su vez se perfeccionan con el aprendizaje.

2.2 ¿Por qué aprender matemáticas?

Ignacio Zalduendo escribe: “Mientras describo, por ejemplo, la función logaritmo, un alumno levanta la mano y dice: "Profe, ¿y esto para qué me va a servir?" ¿Cómo le explico que en mi vida no he usado la función logaritmo? La pregunta también surge regularmente en cuanto uno menciona el nombre del teorema que se propone explicar. Es una muy buena pregunta. Y no sólo para el alumno, ya que el profesor también debe saber para qué enseña matemática y, en consecuencia, qué ha de enseñar y cómo conviene hacerlo.

Sí, claro, la matemática es muy útil. Es fácil mostrar ejemplos. Sin matemática no habría autos, remedios, teléfonos, encuestas, tomografías... No habría transporte, ni finanzas ni comunicación ni producción de casi nada. Pero la respuesta no es ésa, porque el estudiante quiere saber para qué le va a servir la matemática a él, no para qué le va a servir al mundo moderno.

.Pero hay otra parte de la respuesta sobre la utilidad de aprender matemática que debería ser aplicable absolutamente a todos, y reside en el poder formativo que tiene su estudio. Aquí no se trata de descubrir el hilo negro: Platón exaltaba ese poder formativo en *La República*.

Consideremos el siguiente testimonio: "Finalmente me dije: jamás seré abogado si no entiendo lo que significa demostrar; dejé Springfield y regresé a casa de mi padre, donde permanecí hasta que pude demostrar cada Proposición de los seis libros de Euclides. Entonces supe lo que significa demostrar, y volví a mis estudios de leyes". Abraham Lincoln llegó a ser mucho más que un buen abogado, y aunque no afirmo que fue porque estudió a Euclides, lo cierto es que cuando uno lee sus cartas y discursos percibe claramente una mente con una sólida formación matemática. Más cerca, Manuel Belgrano fue un gran impulsor de la matemática, a la que consideraba "la llave maestra de todas las ciencias y artes".

Se me dirá que los ejemplos son del siglo XIX y que hoy en día se requieren habilidades distintas. No lo creemos. Mirar dos pantallas a la vez mientras se habla de una cosa, se escribe otra paseando los dedos sobre un teclado y se toma una decisión puede ser una habilidad útil para un piloto de caza, pero los demás nos vemos enfrentados diariamente a problemas sutiles y complejos que requieren nuestra atención indivisa y para los cuales tenemos, por suerte, bastante más de tres segundos. "La educación es lo que queda tras haber olvidado todo lo que se nos enseñó", dijo Albert Einstein. Y la matemática, cuando se enseña bien, deja hábitos y habilidades intelectuales básicas, esenciales para cualquier persona y de indudable valor social.

¿Por qué es formativa la matemática? En primer lugar, por su estructura lógica. Para hacer matemática (resolver un problema, demostrar algo, desarrollar una teoría, etc.) se necesitan conceptos bien definidos y que se han de manejar con un discurso razonado y despojado de prejuicios. Será importante distinguir lo esencial de lo accesorio, buscar analogías, cambiar el punto de vista y captar relaciones escondidas. Todo esto ha de producirse dentro de una frontera delimitada por reglas claras. Reglas que no admiten doblez ni excepción.

En segundo lugar, por la creatividad que fomenta. Porque dentro de esas fronteras bien delimitadas que se acaba de mencionar reina la libertad más absoluta. Vale todo. Sobra lugar para la imaginación y la creatividad (hay, por dar un ejemplo, más de 350 demostraciones del Teorema de Pitágoras). Nos guiamos por nuestra intuición y sentido estético. Así, la matemática es personal. Tanto que no pocas veces, cuando se lee un teorema se adivina la mano del autor tal como se adivina al pintor cuando se mira su obra.

En tercer lugar, la matemática obliga a la honestidad. Es difícil engañar a otros sin engañarse antes uno mismo, y en matemática esto simplemente no se puede: los desvíos, las falsedades, no encuentran lugar. Existe la posibilidad de error, pero esos errores nos explotan en la cara. La cuenta da lo que da, y si no nos gusta el resultado habrá que reconocer que tiene una existencia propia que escapa a nuestra preferencia y a nuestra voluntad.

En cuarto lugar, la matemática enseña paciencia, tenacidad y la aceptación de los tiempos humanos. Las máquinas son muy rápidas, pero ninguna piensa ni puede generar una idea. Para eso hace falta sopesar alternativas, dejarlas decantar, encontrar un camino, seguirlo y, cuando falle, buscar otro. "Que venga la inspiración no depende de mí. Lo único que puedo hacer es asegurarme de que me encuentre trabajando", decía Pablo Picasso. Lo mismo enseña el hecho de enfrentarse con un buen problema matemático.

Por último, la matemática nos hace humildes. Porque en ella encontramos todos, tarde o temprano, los límites claros de nuestra fuerza y habilidad. Límites que se podrán superar con tiempo, esfuerzo y estudio ¡y esto también es formativo! Pero siempre para encontrar, más allá, nuestros nuevos límites. Discursos razonados, reglas claras sin excepción, libertad dentro de la ley, creatividad, honestidad, paciencia y humildad. Así, llega la respuesta a la primera pregunta: "Esto te va a servir para ser más humano, mejor ciudadano y mejor persona".

2.2.1 Cultura matemática

Miguel de Guzmán, en su Artículo publicado en SABER/LEER, se refiere a la cultura matemática como: “La matemática ha cumplido, a lo largo de la historia del pensamiento, una función muy peculiar. Desde los tiempos de Pitágoras, la matemática ha constituido el armazón, en su forma más pura, del pensamiento fundamental de nuestra cultura. La contribución más importante que la matemática puede ofrecer a nuestra sociedad actual. Contribución que va mucho más allá de la mera utilidad práctica de las diferentes creaciones concretas de la matemática. Aquí estriba, por otra parte, el valor educativo más profundo de la matemática, el que los filósofos más profundos, Pitágoras, Platón, Descartes, Leibniz,... han sabido ver en ella. En nuestra transmisión de la herencia matemática es éste el aspecto que deberíamos tratar de hacer más explícito. El impacto de la matemática en nuestro entorno cultural es evidente. Nuestros artefactos mecánicos, eléctricos, químicos, son leyes matemáticas encarnadas a través de la poderosa tecnología que disfrutamos. Nuestra arquitectura revela estructuras matemáticas subyacentes. Nuestros sistemas de organización manifiestan esquema matemáticos que les sirven de soporte. Nuestros medios de información y de comunicación son cada vez más potentes gracias a los avances recientes de la informática, que asocia de forma espectacular los progresos matemáticos y tecnológicos. Incluso nuestra música, nuestro arte en general, va siendo fuertemente impregnado e influenciado por el sentido matemático... Y sin embargo, esta invasión de matemática, ciencia y tecnología en nuestra cultura, no deja de presentar sus espejismos peligrosos que pueden fácilmente conducimos a engaños profundos, a menos que procuremos apercibimos de lo que hay detrás de ellos y tomemos ciertas medidas correctoras adecuadas para evitar la degradación de nuestra cultura”

En el diario peruano Titulado La República, por Idel Vexler (2009), escribe sobre la cultura matemática: “En el quehacer diario usamos la Matemática, aún sin darnos cuenta, por ejemplo, cuando calculamos el tiempo para llegar puntualmente al trabajo, observamos en las construcciones modernas formas geométricas diferentes, así como cuando resolvemos situaciones problemáticas de la vida personal, ciudadana y laboral. Precisamente, Malaspina matemático peruano, afirma: El ciudadano, y con mayor razón el profesor, debe tener una cultura matemática básica, porque hay mucha presencia de ella en la historia y en la vida cotidiana. Por eso es que la enseñanza de la matemática debe fomentar el desarrollo del razonamiento, el dominio de operaciones, la resolución de problemas, el procesamiento y la comunicación de los datos matemáticos. Naturalmente, en la perspectiva de una educación para la vida, en la que el alumno desarrolla capacidades, conocimientos y actitudes, tales como perseverancia, orden y creatividad. Por otro lado, Adrián Paenza, profesor de la Universidad de Buenos Aires, menciona que lo que sienten los alumnos, mayoritariamente, cuando empieza una clase de Matemática es miedo porque de antemano la sociedad les advierte que es un tema difícil. Esto explica la práctica inconveniente aún de la escuela y la familia –en muchos casos– de pontificar a un estudiante cuando es bueno en esta área curricular, o, en caso contrario, descalificarlo cuando no tiene un buen rendimiento en las evaluaciones del curso de Matemática.”.

En el portal educativo de Nicaragua: “Nicaragua Educa”, Aprendizaje a largo plazo señala: La enseñanza de la matemática en la escuela está condicionada, fundamentalmente, por dos características esenciales que determinan sus funciones y objetivos: por un lado es enseñanza y, como tal, parte del proceso de formación integral de los alumnos; es decir, parte del proceso de educación que tiene lugar en las escuelas; por otro, es enseñanza de la matemática y por ello participa de los modos de hacer y de pensar propios de esta ciencia.

Como ocurre con otras producciones culturales, el conocimiento matemático se transforma en su interacción con los distintos entornos sociales.

Resolver los problemas (del mundo natural, del social o de la misma matemática) implica construir modelos nuevos o utilizar modelos matemáticos conocidos, que permiten anticipar el resultado de algunas acciones sin realizarlas efectivamente. También forma parte de la acción de los matemáticos mejorar los modelos en uso y las formas de comunicar los resultados; así como relacionar lo nuevo con lo ya conocido, articulando los conocimientos en una estructura cada vez más amplia y coherente.

Justamente esta forma de trabajar es la que buscamos sea desarrollada en las escuelas; con las restricciones necesarias e invitando a los alumnos a entrar en el juego matemático. Es posible sostener que estudiar matemática es hacer matemática en su sentido más amplio, porque requiere involucrarse en la resolución de un problema, indagar las condiciones particulares y generales que implica, generar conjeturas, identificar modelos con los que abordar el problema y reconocer el campo de validez de un cierto procedimiento o de una afirmación producida en el marco de este proceso. Asimismo, la enseñanza de la matemática es un ámbito propicio para contribuir a la formación de un ciudadano crítico y responsable, capaz de debatir con otros defendiendo sus puntos de vista y respetando aquellos de los demás; así como para desarrollar cualidades de la personalidad que caracterizan al ser humano.

2.2.2 Razonamiento matemático

Según María Antania Canals, el razonamiento lógico matemático incluye las capacidades de:

- Identificar
- Relacionar
- Operar

El razonamiento lógico matemático permite desarrollar competencias que se refieren a la habilidad de solucionar situaciones nuevas de las que no se conoce de antemano un método mecánico de resolución, Alsina y Canals (2000).

María Antania Canals (2000) comenta: “Analizar y comprender mensajes orales, gráficos y escritos que expresen situaciones a resolver tanto de la vida real, como de juego o imaginarias. Desarrollar la curiosidad por la exploración, la iniciativa y el espíritu de búsqueda usando actividades basadas en el tanteo y en la reflexión. Relacionar los conocimientos matemáticos adquiridos con los problemas o juegos a resolver, prioritariamente en un entorno real. Escoger y aplicar los recursos y lenguajes matemáticos (gráficos y escritos) más adecuados para resolver una situación. Desarrollar la capacidad de razonamiento lógico-matemático y adquirir una estructura mental adecuada a la edad. Dominar algunas técnicas de resolución de problemas que les permitirán desenvolverse mejor en la vida cotidiana. Los recursos deben estar relacionados con situaciones reales, en las que se debe incluir el juego como parte de esa realidad".

2.3 Como facilitar el aprendizaje de las fracciones

En términos educativos, creemos que los siguientes elementos facilitan el aprendizaje de las fracciones: (i) bases firmes, por parte de los estudiantes, en los conocimientos-antecedentes del tema; (ii) bases firmes, por parte del Instructor, en estrategias didácticas y énfasis en (iii) solucionar problemas. Esto significa que estas estrategias generales son útiles para resolver los problemas poco comunes relacionados con fracciones y que no importa el nivel global de la competencia que el estudiante o individuo que aprenda posea.

Una de las formas más generales en que los estudiantes creen aprender las fracciones es mediante la atención prestada al profesor, o consultando alguna bibliografía sobre el tema; en ocasiones los estudiantes creen tener la solución en su intento por aprender fracciones mediante la ejercitación, es decir, basta con resolver ejercicios para poder afirmar que se sabe fracciones, y esto no es así, ya que se ha observado que al momento de resolver un problema que implique trabajar con fracciones, los estudiantes quedan frustrados porque no logran dar con la solución perdiendo interés en él aprendizaje del tema.

2.4 Importancia del estudio de las fracciones

El desarrollo de la humanidad ha estado ligado a la necesidad de solucionar problemas, de ahí que las fracciones aparecen cuando al ser humano se le presenta el dilema de medir longitudes, áreas, volúmenes, pesos y otras clases de medidas de la vida cotidiana. Se observa la necesidad de encontrar otra forma de representación para el reparto, los números naturales ya no son suficientes, puesto que aparecen cantidades más pequeñas que la unidad o más grandes. Es ahí donde se originan las fracciones.

Se cree que los primeros en iniciar el proceso de fraccionamiento a la unidad fueron los babilonios y los egipcios; respecto a esto están los registros históricos hallados en tablillas hechas por estas civilizaciones. Los babilonios decidieron optar por un sistema uniforme de medidas ya que de ello dependían sus actividades comerciales, esta civilización no poseía el cero ni tampoco un símbolo que diferenciara la parte entera de la fraccionaria se sabe que el denominador era las potencias de 60.

En la civilización Egipcia la fracción se da origen como contexto de medida y reparto, una de las situaciones que más se puede apreciar es el reparto de tierras. Por esta época se le daba tributo al faraón y esto hizo que los egipcios hallaran la forma de distribuir de forma equitativa su producción. En la contabilidad y el trabajo las fracciones estuvieron presentes.

2.5 En el papiro de Rhind

Escrito hacia el 1,650 A de C. Se puede apreciar que los egipcios expresaban las fracciones como suma de fracciones unitarias. Si querían repartir 3 panes para 5 personas, dividían cada pan en dos partes iguales y daban un pedazo a cada persona. El medio pan restante, lo dividían en 5 pedazos lo que equivale a 1/10. Entonces cada uno recibía 1/ 2 + 1/10, lo que equivale a 6/10. De este modo podían expresar la fracción deseada. Se debe resaltar que ellos usaron solo fracciones unitarias y que solo se han conocido dos excepciones que son 2/3 y ¾. El símbolo usado para la representación de la fracción se reconoce como ro

Los griegos al igual que los romanos usaron las fracciones unitarias, marcaban el numerador con un acento y el denominador con dos. Más tarde reconocieron fracciones equivalentes y usaron todo tipo de fracciones, este proceso lo consiguieron por medio de la proporción. En occidente los musulmanes fueron los que introdujeron a España el sistema de numeración indo arábigo, este fue uno de los avances significativos para la comprensión de la fracción.

Se conoce que la forma de representar fracciones por los árabes era similar a la de los egipcios. En el siglo XII Leonardo de Pisa introdujo el número quebrado, además, hace uso de la raya horizontal para separar el numerador del denominador, dando origen a la notación actual de fracción que tenemos.

El uso que le ha dado la sociedad en la época antigua como en la moderna a la fracción, está relacionado directamente con el parte-todo, basado en el reparto equitativo. No obstante existen otras nociones que se han suscitado en la historia, es el caso de la fracción como medida. En estos dos casos como se debe resaltar el papel de la fracción como constructo matemático, que nos permite expresar porciones o medidas de una unidad u objeto unitario, teniendo en cuenta que no son enteras.

Hans Freudenthal, en la obra Fenomenología Didáctica de las estructuras matemáticas (1994), dice: “que las fracciones deben acercarse al alumno mediante un lenguaje que entienda”, esto nos advierte que es importante no llegar frente a los estudiantes y comenzar con una sesión sobre fracciones empleando términos muy elevados o términos que no le sean familiares; es decir, usar un lenguaje habitual o común como: media hora, un cuarto de litro, medio bocado, la mitad de la clase, es por eso que se debe comenzar por lo básico.

Cerramos esta sección con otra aplicación sencilla de las fracciones. Un chef cuenta con una receta de cocina que rinde para 6 personas y quiere preparar una cena para dos, entonces se debe tomar la tercera parte de cada ingrediente y así adaptarla para menos personas. O si se quiere preparar para 12 personas, entonces deberá tomar dos veces la parte de cada ingrediente y así adaptarla para más personas.

Con estas situaciones se puede notar que la aparición de las fracciones es de gran utilidad ya que se les encuentra aplicaciones prácticas en muchos ámbitos de nuestra vida.

2.6 La enseñanza de las fracciones: La relación parte-todo, las fracciones como cociente, la fracción como razón y la fracción como operador.

2.6.1 Introducción

En sus diferentes aplicaciones las fracciones se presentan con diferentes significados (Kieren 1976). "Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto", señalan que "la expresión simbólica *a/b* puede modelar cuatro significados o ideas matemáticas: medida, cociente, operador multiplicativo y razón, agrega un quinto significado la relación parte-todo, pero señala que éste se puede encontrar presente en los otros cuatro significados, al identificar en cada contexto la unidad y sus partes correspondientes".

Según Salvador Llinares y M. Victoria Sánchez (1988), la idea de fracción, o mejor aún, la palabra fracción indicando un par ordenado de números naturales escritos de la forma *a/b*, es utilizado en contextos y situaciones que muchas veces puede parecer que no tengan nada en común. Por ejemplo: Para indicar la relación que existe entre la parte sombreada y un "todo".

"Tres de las cinco partes"

En éste ejemplo se ha utilizado una comparación "parte-todo" y como resultado de esta comparación se utiliza una fracción para cuantificar la relación.

Para alcanzar el concepto de fracción con todas sus relaciones conlleva un aprendizaje a largo plazo. La variedad de estructuras cognitivas a las que las diferentes interpretaciones de las fracciones están conectadas condiciona el proceso de aprendizaje, en otras palabras el concepto general de fracción no se llega de una vez totalmente. Los profesores debemos tener en cuenta todas estas características, es decir: *las muchas interpretaciones y el proceso de aprendizaje a largo plazo*, cuando pensemos en el desarrollo de secuencias de enseñanza que pretendan el aprendizaje de nociones relativas a las fracciones. También existe un largo camino desde el primer contacto intuitivo de los estudiantes con las fracciones, hasta finalizar en conocimiento de carácter algebraico asociado a las fracciones, Freudental, H. (2001).

Puede ser que alguna de las dificultades que plantea la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, en alguno de sus aspectos, venga determinada por encontrarnos tan rápidamente con su carácter algebraico en la secuencia didáctica. Esto es debido a que muchas veces se empieza a trabajar con reglas de carácter algebraico, sin tener previamente un trasfondo concreto desarrollado ampliamente, en razón de la "atracción" que puede proporcionar el comenzar a trabajar rápidamente con símbolos cuando nos enfrentamos a las fracciones, por la relativa facilidad que pueden proporcionar para resolver situaciones. Es decir, hay que considerar el equilibrio que debe existir entre: el significado de las fracciones en contextos concretos prácticos, y en situaciones más abstractas-cálculo sin contexto (Salvador Llinares. Et al. 1988).

Las destrezas que se pueden conseguir en el manejo de los símbolos relativos a las fracciones y a las operaciones con fracciones, no son fáciles de retener si no hemos sido capaces de crear un esquema conceptual a partir de situaciones concretas.

La comprensión operativa del concepto de fracción debe proporcionar la fundamentación en las que se apoyen las operaciones algebraicas que se van a desarrollar posteriormente. Un buen trabajo con las fracciones puede contribuir a que estas operaciones algebraicas no se conviertan en algo sin sentido para los estudiantes.

Llegado a este punto se pretende presentar la necesidad de plantear los procesos de enseñanza aprendizaje de las fracciones desde todas sus perspectivas, en todas sus interpretaciones posibles, para que un trabajo continuado con dichas interpretaciones ayude a los estudiantes a conseguir una comprensión conceptual de la idea de fracción. Una vez determinada esta necesidad se plantea la tarea de identificar las diferentes interpretaciones contextos, en los que aparezca el concepto de fracción: la fracción como un mega concepto (Salvador Llinares y M. Victoria Sánchez 1988).

2.6.2 Cuatro diferentes interpretaciones de la fracción

a) La fracción como relación Parte-Todo.
b) La fracción como cociente.
c) La fracción como razón.
d) La fracción como operador.

2.6.2.1 *La fracción como relación parte-todo*

Es la interpretación sobre la cual generalmente se fundamentan los procesos de enseñanza. Llinares (1988) detalla algunas "habilidades" requeridas para tal significado: la noción Piagetiana de inclusión de clases, identificar la unidad sobre la cual se trabaja, conservación de la cantidad y manejar la idea de área (para representaciones continuas).

Para Freudenthal (1995) "las fracciones se presentan si un todo ha sido o está siendo rajado, cortado, rebanado, roto, coloreado, en partes iguales, o si se experimenta, imagina, piensa, como si lo fuera" Con respecto al todo, lo considera discreto o continuo, definido o indefinido y estructurado o carente de estructura.

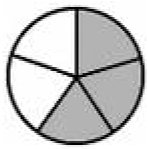
Según Salvador Llinares y M. Victoria Sánchez (1988), se presenta esta situación cuando un "todo" se divide en partes "congruentes", es decir, partes iguales (como cantidades de superficie o cantidad de objetos). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes. El todo recibe el nombre de unidad. Esta relación parte-todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales. La fracción aquí es siempre "fracción de un objeto". Para una comprensión mejor se necesita previamente el desarrollo de algunas habilidades como:

* La identificación de la unidad (qué "todo" es el que se considera como unidad en cada caso concreto).

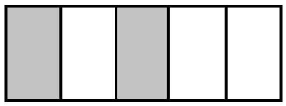
* La de realizar divisiones (el "todo" se conserva aun cuando lo dividamos en trozos, conservación de la cantidad).

* Manejar la idea de área.

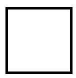
Ejemplos:



“De las cinco partes del todo se han sombreado tres”, “3 de las 5”, “3/5”.

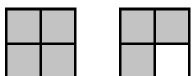


“De las cinco partes del todo se han sombreado tres”, “3 de las 5”, “3/5”.



Si la unidad la representamos por

Entonces,

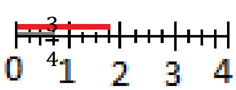


“$1\frac{3}{4}$ es la parte sombreada, siendo $1\frac{3}{4}$ la forma mixta de la fracción $1+\frac{3}{4}$.”

Si utilizáramos para los diagramas la magnitud, al dividir un segmento en partes iguales

La fracción indica las partes que se toman en relación al número de partes en que se ha dividido el segmento, “tres de cinco”, “3/5”.

Se puede asociar la fracción *a/b* con un punto situado sobre la recta numérica en la que cada segmento unidad se ha dividido en *b* partes (o en un múltiplo de *b*) congruentes de las que se toman *a*. También se puede considerar como caso particular de la relación parte-todo.

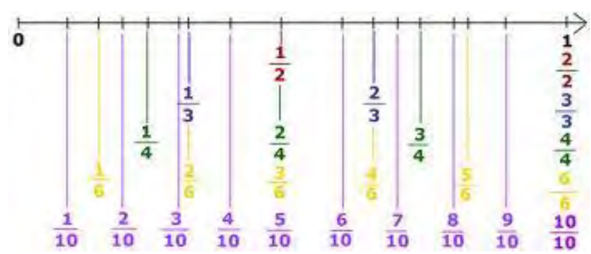


(“un entero más tres cuartos”, “un entero, tres cuartos”)

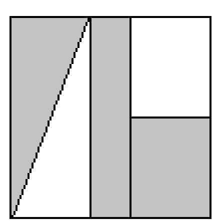
Se destaca esta interpretación ya que aquí implícitamente se realiza la asociación de un punto a una fracción. En éste caso se puede pensar que la fracción no se asocia a una parte de una figura, sino que se reduce a un número abstracto; así como el 3/4 es un número entre el cero y el uno, el 7/4 es un número entre el uno y el dos.

Aunque esta forma de representar las fracciones provoca algunas dificultades a los estudiantes, también presenta algunas ventajas:

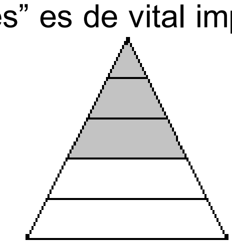
- Hace que las fracciones impropias (fracciones mayores que la unidad) aparezcan de forma mucho más natural, así como la notación como número mixto.
- Hace hincapié en el hecho de que el conjunto de las fracciones forman una extensión del conjunto de los números naturales (las fracciones rellenan "huecos" entre los naturales).
- Tiene conexión con la idea de medida (uso de escala).



En la caracterización de la relación parte-todo se habla de "partes congruentes" lo que no indica necesariamente partes de la misma forma. En la figura siguiente la relación entre las partes sombreadas y el número de partes también se puede representar por 3/5 (tres quintos).



La noción de "partes congruentes" es de vital importancia para poder justificar que en la siguiente figura



No podamos indicar por 3/5 (tres quintos) la parte sombreada, al no estar formada por partes congruentes.

2.6.2.2 *La fracción como cociente*

En esta interpretación se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada *a:b* = *a/b*): dividir una cantidad en un número de partes dadas. T.E. Kieren (1980) señala la diferencia de esta interpretación con la anterior indicando que, para el estudiante que está aprendiendo a trabajar con las fracciones, el dividir una unidad en cinco partes y tomar tres (3/5) resulta bastante diferente del hecho de dividir tres unidades entre cinco personas, aunque el resultado sea el mismo.

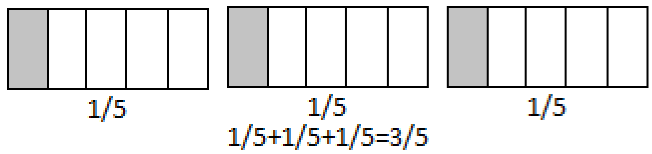
Gairín (1998) presenta dos técnicas de reparto: reparto en varias fases y reparto en una sola fase. En la primera a cada persona se le asigna una parte de unidad (de un tamaño determinado) y con lo que queda por repartir se repite el proceso, hasta agotar lo que se pretende repartir. Termina siendo esto una suma de fracciones unitarias distintas (partes alícuotas de la unidad de tamaños diferentes). En la segunda, cada una de las a unidades se fracciona en b partes iguales y cada individuo recibe una parte de cada una de las a unidades; es decir, a cada participante le corresponden a partes de tamaño 1/b unidad.

En esta interpretación se considera que las fracciones tienen un doble aspecto:

- Ver a la fracción 3/5 como una división indicada, estableciéndose la equivalencia entre 3/5 y 0.6 en una acción de reparto.
- Considerar las fracciones como los elementos de una estructura algebraica; es decir, como los elementos de un conjunto numérico en el que se ha definido una relación de equivalencia, y en el conjunto consciente resultante unas operaciones –suma y multiplicación- que cumplen ciertas propiedades de tal forma que dotan a dicho conjunto de una estructura algebraica de cuerpo conmutativo.

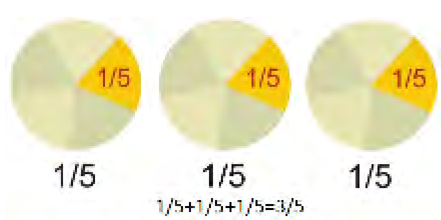
Salvador Llinares y M. Victoria Sánchez (1988), señalan que bajo esta interpretación se concibe a las fracciones (números racionales) pertenecientes a un sistema algebraico abstracto donde las relaciones entre los elementos son de índole

deductiva, esta interpretación debe tener carácter globalizador y ser posterior a la secuencia de enseñanza a las demás interpretaciones.
Ejemplo: Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa entre cinco niños, ¿cuánto le tocará a cada niño?



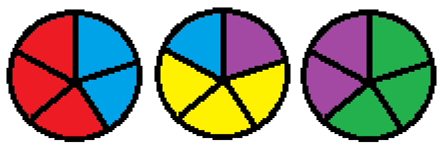
"tres quintos", "tres entre cinco", "3/5", "0.6"
La interpretación de la fracción indicando una división de dos números naturales (3/5 = 3:5) aparece en un contexto de reparto. Según los trabajos de la Profesora Hart (1980) solo la tercera parte de los estudiantes eran capaces de darse cuenta que los dos números naturales se pueden dividir uno por el otro pudiéndose expresar el resultado exacto mediante una fracción.
La resistencia de los estudiantes a ver 3:5 como 3/5 puede ser debido a que muchos de ellos se encuentran familiarizados con la interpretación parte-todo para las fracciones y por tanto ven los 3/5 como la descripción de una situación (de cinco partes hay tres sombreadas), mientras que por otra parte, la división indica un proceso, precisamente el proceso de repartir 3 paletas entre 5 niños.
Una buena forma de la enseñanza-aprendizaje consistiría en buscar situaciones de la vida real, diaria de reparto y de medida que conllevarán el trabajo con las fracciones y, apoyados en el conocimiento informal que sobre estas llevan los estudiantes, potenciar a través de estas situaciones la "construcción" del concepto, las operaciones y las relaciones en las fracciones por los propios estudiantes.
Para finalizar, podemos considerar que, en esta interpretación de las fracciones como cociente y en las situaciones de división-reparto en las que una cantidad se divide en un número de partes dadas, se pueden distinguir dos aspectos:

a) Cuando nos proporcionan la cantidad y el número de partes en las que hay que dividirlo y nos piden lo que vale cada parte (reparto).
"tres pizzas entre cinco niños"



b) Cuando nos proporcionan la cantidad y lo que vale cada parte y nos piden el número de partes (medida).

“Tenemos tres pizzas y a cada niño le corresponde los 3/5 de una pizza. ¿A cuántos niños hemos podido dar pizza?

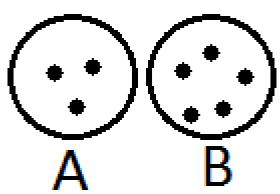


Se observa la repartición de la pizza y cada color representa la parte que le toca a cada niño, por lo tanto son 5 niños a los que les toco pizza.

2.6.2.3 *La fracción como razón*

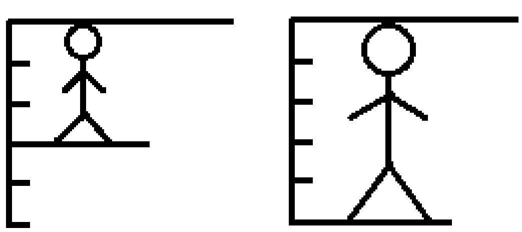
En algunas ocasiones las fracciones son usadas como un “índice comparativo” entre dos cantidades de una magnitud (comparación de situaciones). Así nos encontramos con el uso de las fracciones como razones. En éste caso no existe de forma natural una unidad (un “todo”) como podía ocurrir en los otros casos (Salvador Llinares y M. Victoria Sánchez 1988).

Ejemplos:



La relación entre los puntos de *A* y de *B* es de 3/5, (3:5)

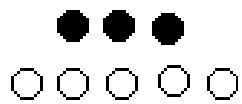
La relación entre los puntos de *B* y de *A* es de 5/3, (5:3)



La altura del muñeco *A* es 3/5 de la de *B*, (3:5)

La altura del muñeco *B* es 5/3 de la de *A*, (5:3)

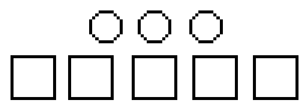
Las comparaciones realizadas en los ejemplos describen una relación “conjunto a conjunto” (todo-todo), aunque las fracciones como razones también aparecen cuando se describen comparaciones “parte-parte”.



La relación (razón) entre bolas negras y blancas es de tres quintos (3/5).

La relación de niños y niñas en un grupo escolar es de cinco tercios (5/3).

La razón entre los círculos y los cuadrados es de tres quintos (3/5), (3:5).



2.6.2.4 *La fracción como razón en probabilidad*.

Es conocida la dificultad que presenta el estudio de las probabilidades en los niveles superiores, desconectada de cualquier otro tópico de la enseñanza en bachillerato. La utilización de las fracciones en este contexto se le da un carácter de cálculo (aritmético) sin pensar que la estructura cognitiva subyacente a las relaciones implícitas en contextos de probabilidad está vinculada a la red de relaciones establecidas para los números racionales.

Podemos considerar algunos ejemplos de su utilización, en los que se establece una “comparación” todo-todo entre el conjunto de casos favorables y el conjunto de casos posibles:

“En una caja hay tres bolas negras y dos blancas. Sacamos aleatoriamente una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra?

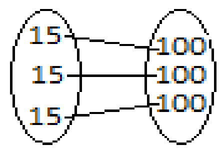
“tres de cinco”, “tres quintos”, “3/5”, “3:5”

“Al lanzar un dado cuál es la probabilidad de obtener un seis”

“uno de seis”, “un sexto”, “1/6”, “1:6”

2.6.2.5 *La fracción como razón en porcentajes*

La relación de proporcionalidad que se establece entre un número y 100, recibe el nombre particular de porcentaje. Por regla general los porcentajes tienen asignado un aspecto de “operador”, es decir, al interpretar “el 60% de 35” se describe “actuando la fracción 60/100 sobre 35” (hacer 100 partes de 35 y tomar 60). Utilizando el lenguaje de aplicaciones, los porcentajes se pueden entender como el establecimiento de “relaciones” entre conjuntos (razones), estableciéndose subconjuntos de cien partes. Por ejemplo cuando se establecen las rebajas del 15%, estamos estableciendo una relación “de 15 es a 100” que para una cantidad de 300 pesos vendría representado por:



Entonces existe la “misma relación” (definiendo la “relación” en el sentido de la aplicación biunívoca entre subconjuntos) entre “15 es a 100” como “45 es a 300”. Por lo tanto el 15% de 300 pesos será 45 pesos.

Hasta aquí la diferencia entre estas dos interpretaciones de las fracciones como razones (probabilidad y porcentajes) y la relación parte-todo descrito anteriormente puede resultar bastante sutil.

2.6.2.6 *La fracción como operador*

Bajo esta interpretación las fracciones son vistas en el papel de transformaciones: “algo que actúa sobre una situación (estado) y la modifica”. Se concibe aquí la fracción como una sucesión de multiplicaciones y divisiones, o la inversa. Salvador Llinares y M. Victoria Sánchez (1988).

En general, de la fracción como operador se dice que actúa como “reductor o ampliador proporcional del objeto sobre el que se aplica” (Gairin, 1998); o “ciertos monstruos imaginarios que achican o agrandan a las víctimas que se les acerquen” (Vasco, 1988).

Por ejemplo: “si en un contexto tomamos como una situación de partida (estado-unidad) el conjunto formado por los 36 estudiantes de un grupo, el efecto de la aplicación del operador 2/3 (dos tercios) se puede representar por:

Estado-Unidad (Situación)	Operador	Estado Final
36 niños	Dividir por 3, multiplicar por 2	24 niños

Al estado final “24 niños” también recibe el nombre de estado “dos tercios” como la descripción de un estado de cosas.
Ana está ahorrando para comprarse una computadora bien equipada que cuesta $ 27,000. Ya ha ahorrado 5/8 de su precio. ¿Cuánto le falta todavía?

$$27{,}000 \div 8 = 3{,}375$$

$$3{,}375 \times 5 = 16{,}875$$

Los 5/8 de 27,000 es 16,875; por lo tanto le falta 10,125.
Peterson, J. A. (1996).
De nuevo hay que insistir en que el operador lleva implícito un convenio: primero se realiza la división y luego la multiplicación, identificándose así con la interpretación parte-todo. También se puede invertir el convenio y realizar siempre la multiplicación en primer lugar y luego la división.
Hay que observar que, bajo esta interpretación, las fracciones se utilizan en un doble aspecto:

- Describiendo una orden, una acción a realizar (operador).
- Describiendo un estado de cosas, es decir, describiendo una situación.

Este aspecto de las fracciones ha sido tratado con detalle por Z.P. Dienes al desarrollar una aproximación estructuralista en la enseñanza de las matemáticas (en la aproximación estructuralista la actividad del estudiante se dirige hacia la construcción de estructuras matemáticas formales). En palabras del propio Z. P. Dienes[6] (1972):

"Se observará que todas estas diferentes facetas del estudio de las fracciones (razón, porcentajes, decimales,…) pueden ser comprendidas dentro de un esquema de la estructura operacional de las matemáticas si consideramos una fracción como la sucesión de una partición y una operación de multiplicar…

Como resultado de este método de tratamiento, deberá también constatarse que el estudio de las fracciones forma parte de un estudio mucho más amplio y general sobre los estados y los operadores. Esta constatación se confirmará cuando se aborde el estudio de la geometría, donde las transformaciones son los operadores y las distintas posiciones de las figuras los estados y en el campo del álgebra donde los vectores serán los estados y las matrices los operadores…"

2.7 La secuencia didáctica como estrategia alternativa de enseñanza-aprendizaje

Para el logro de los objetivos planteados se empleará una secuencia didáctica, como modelo alternativo del proceso enseñanza-aprendizaje, que permita observar la forma en cómo los estudiantes aprenden y resuelven los problemas relacionados con fracciones.

En cuanto al diseño de una secuencia didáctica el Manual para la Elaboración de Estrategias Didácticas Basadas en el Aprendizaje, de la Reforma Curricular del Bachillerato Tecnológico, Coordinación de enlace Operativo de la DGETI[7] en el D.F., expresa: "La principal diferencia de este modelo educativo con el modelo tradicional, radica en la forma de cómo deberán abordarse los contenidos temáticos. Bajo esta nueva perspectiva, se deben utilizar estrategias didácticas basadas en el aprendizaje, que permitan a los alumnos en forma significativa y creativa, integrar el conocimiento de la asignatura. La estrategia metodológica para lograr esa

[6] Es ampliamente conocido por sus materiales manipulativos y por su obra escrita que recoge entre otras ideas su teoría del proceso cíclico del aprendizaje de las Matemáticas, con una sucesión de estadios: juego libre, detección de regularidades, representación, descripción verbal y definición (Dienes, 1970).

[7] Dirección General de Educación Tecnológica Industrial.

integración, plantea realizar actividades que involucren la aplicación de secuencias didácticas, que consisten en un conjunto de actividades ordenadas y estructuradas en forma lógica para la consecución de los propósitos educativos".

La secuencia didáctica orienta y facilita el desarrollo práctico, la podemos definir como una propuesta flexible que puede y debe, adaptarse a la realidad concreta a la que intenta servir, de manera que sea susceptible un cierto grado de estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje con objeto de evitar la improvisación constante y la dispersión, mediante un proceso reflexivo en el que participan los estudiantes, los profesores, los contenidos de la asignatura y el contexto. Es además una buena herramienta que permite analizar e investigar la práctica educativa. La secuencia didáctica debe inculcar valores, actitudes y habilidades cognitivas para fomentar la representación de la propia experiencia y el conocimiento tanto en la escuela como en las demás vivencias del estudiante.

2.7.1 Una secuencia didáctica es un conjunto de actividades organizado de tal manera que:

- En algunos momentos, el aprendizaje se desarrolle, a partir de los intereses de los estudiantes, de sus preguntas, preferencias, conocimientos, saberes y experiencias.
- Recupere tales intereses y los vincule con los contenidos de aprendizaje.
- Situé tales intereses y contenidos en el contexto de la producción científica y técnica del siglo XXI.
- Comparta un valor y una noción.
- Despliegue en los jóvenes, múltiples y diversas imágenes, así como formas de expresión y acción en torno a los contenidos de aprendizaje, al valor seleccionado y a la noción elegida, a la vez que les ofrezca amplias y diversas opciones para objetivarlas (verbalización, escritura, modelado, dibujo, escenificación, collage, actuación, expresión artística).

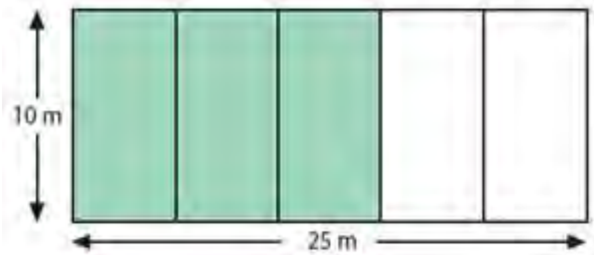
2.7.2 Componentes de una secuencia didáctica

- **Actividades de apertura:** Tiene como propósito identificar y recuperar las creencias, conocimientos, saberes y opiniones de los jóvenes para que a partir de ellos, introducir al mundo del conocimiento, los procedimientos, y los valores.
- **Actividades de desarrollo:** La función de las actividades de desarrollo es favorecer los aprendizajes mencionados para ampliar, complementar y profundizar la información de los jóvenes, así como las preconcepciones con el conocimiento científico.
- **Actividades de cierre:** Sintetizan los conocimientos científico-técnicos, procedimentales y valores, construidos durante la secuencia.

2.8 Implementación de la secuencia didáctica

La implementación de nuestra estrategia didáctica para la enseñanza de las fracciones se hará considerando las cuatro interpretaciones que proponen Salvador Llinares y M. Victoria Sánchez: ***La relación parte-todo, las fracciones como cociente, la fracción como razón y la fracción como operador***.

SESIÓN I	**DURACIÓN: 2 horas**
Asignatura: Matemáticas I	
Tema Integrador: La fracción como relación Parte-Todo	
Problematización: **(1).** Un terreno de forma rectangular tiene 10 metros de frente por 25 metros de fondo. Hay una construcción que ocupa todo el frente y 15 metros de fondo, el resto forma parte del patio. Si representamos el terreno y la construcción tendríamos una figura como la siguiente:	

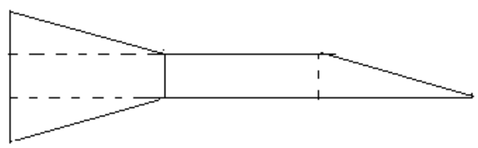


¿Qué parte del terreno es ocupado para la construcción?

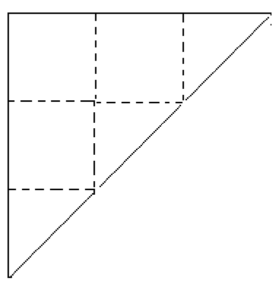
¿Qué porción del terreno queda como patio?

(2). Colorea las partes que se te piden de las siguientes figuras:

a) Colorea los cuatro séptimos.



b) Colorea los cuatro novenos.



Objetivo: Comprender y emplear las fracciones en su interpretación como Parte-Todo.

Conceptos fundamentales:

- ¿Qué es una fracción?
- Partes que comprenden una fracción
- Clasificación de las fracciones
- La fracción como Parte-Todo

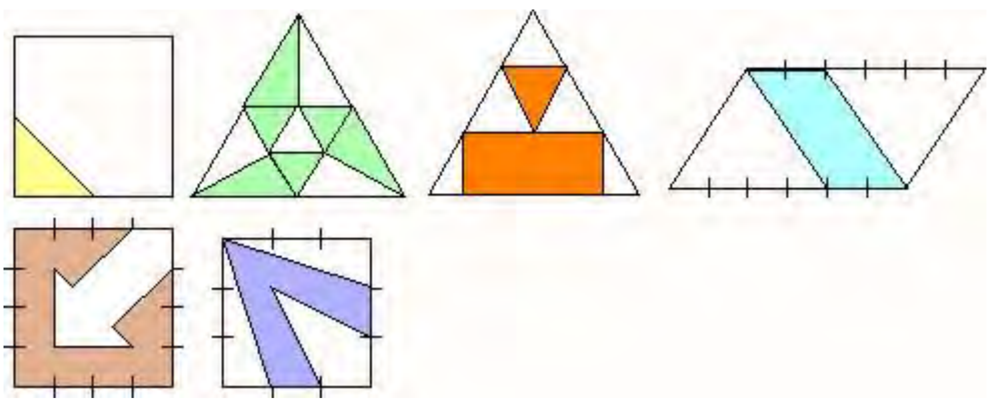
Fase de Apertura: Seguramente en más de una ocasión habrás oído frases como estas:

- 9 de cada 10 niños están escolarizados.
- Una pista de tenis mide de largo 23.79 m.
- El 25% del presupuesto del Estado se dedica a pagar las pensiones.
- Falta un cuarto de hora para las tres de la tarde.
- Las siete décimas partes del planeta Tierra son agua.

En realidad, todas estas formas de expresar cantidades están íntimamente relacionadas entre sí. Empleamos una u otra forma dependiendo del contexto. Así, no es muy normal oír en una tienda pedir un octavo de kilo de jamón cocido (0.125 kg), sin embargo sí oímos tres cuartos de kilo (0.750 kg). Tampoco pedimos una pieza de tela de ocho décimos de metro (mejor decimos 0.8 m), o una botella de vinagre que contenga el 75% de un litro (3/4 de litro).

Fase de Desarrollo:

Actividad 1. Organiza al grupo en equipos de tres integrantes, y proporcione el siguiente material para desarrollar la actividad:



Pida que realicen lo siguiente:

Cada parte coloreada tiene de área una fracción del área total de la figura. Escríbelas:

En plenaria cada equipo debe dar a conocer al menos uno de sus resultados obtenidos, dejando un tiempo apropiado para dar lugar a las críticas constructivas de parte de los otros equipos.

Actividad 2. Proyecte las siguientes figuras en el salón de clases:

Figura 1.

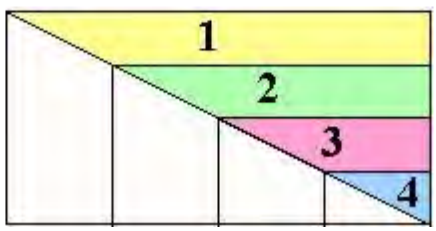


Figura 2.

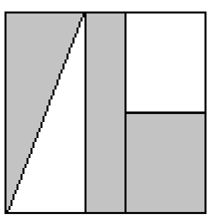
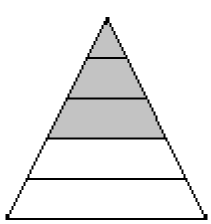


Figura 3.



Pedir a los equipos que en plenaria hagan comentarios sobre el valor que representa las partes sombreadas de las figuras, en especial la figura 3.

Actividad 3. Pedir a los equipos recortar libremente párrafos pequeños de periódico para leerlos y responder a preguntas:

a. Tome como unidad el número de palabras del párrafo ¿Cuántas palabras tiene el párrafo?
b. ¿Cuántas palabras del párrafo llevan tilde? ¿Qué fracción representan las palabras que llevan tilde con relación al total de palabras? Escríbela.

c. Establece la misma relación con palabras que empiezan por la letra **a**. Con palabras que son nombres propios. Con palabras que terminan en **o**.
d. Inventa nuevas relaciones entre palabras con alguna característica y el total de palabras del trozo de enunciado.
e. Escribe para cada caso la fracción que representan las palabras especiales y el total de palabras del párrafo.

f. Indica cómo se altera la fracción si se añaden más palabras al párrafo, otro párrafo por ejemplo. Discute esta circunstancia con tus compañeros.

Actividad 4. Pedir a los equipos que realicen la siguiente actividad:
a) ¿Cuántos alumnos hay en tu grupo?
b) ¿Cuántos alumnos varones y mujeres hay en tu grupo?
c) Representa la relación numérica que existe entre hombres y mujeres en total
d) ¿Cómo interpretas esta relación numérica?
e) De que otra manera se puede representar esta relación, ¿sabes el nombre de estas formas de representación numérica?
j) ¿Para qué puede servir este tipo de información a las autoridades educativas del plantel? Argumenta tus respuestas.
En plenaria cada equipo deberá participar para externar sus conclusiones.

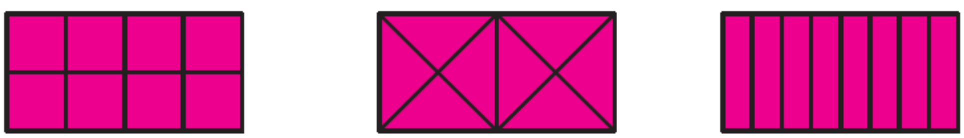
Fase de cierre: El maestro debe dejar bien claro a los estudiantes los atributos relacionados a la fracción como relación Parte-Todo:

1. Un todo está compuesto por elementos separables. Una región o superficie es vista como divisible.
2. La separación se puede realizar a un número determinado de partes. El “todo” se puede dividir en el número de partes pedido.
3. Las subdivisiones cubren el todo.
4. El número de partes no coincide con el número de cortes.
5. Las partes tienen que ser del mismo tamaño (congruentes).
6. Las partes también se pueden considerar como totalidad.
7. El “todo” se conserva.

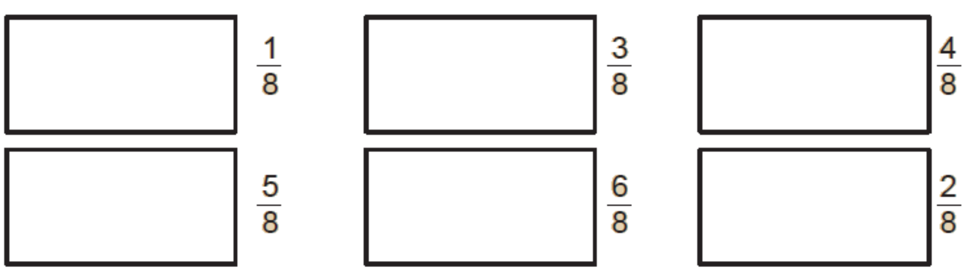
Actividad extraclase:

(1). Cada integrante debe entregar un ensayo en el cual plasme la utilidad de la fracción visto hasta ahora.

(2). Observa algunas particiones de un rectángulo en octavos:



Reto: Haz otras particiones de los rectángulos en blanco y sombrea las fracciones indicadas.



Material a emplear: 1. Pizarra. 2. Periódico. 3. Hojas blancas. 4. Video proyector. 5. Marcadores para pizarrón.

SESIÓN II	**DURACIÓN: 2 hora**
Asignatura: Matemáticas I	
Tema Integrador: La fracción como Cociente	
Problematización: **(1).** Realiza el siguiente juego: Un profesor de matemáticas le dijo a sus alumnos "pienso un número y ustedes me proponen números y yo divido mentalmente esos números que ustedes me dicen por el número que yo pensé y les digo el resultado. Ustedes tienen, entonces, que encontrar el número que yo pensé" Los números que dijeron los alumnos y la división que realizo el profesor se encuentran en la siguiente tabla.	

Los alumnos dijeron	2	1	10	5
El professor respondió	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{4}$

¿Qué número pensó el profesor?

(2). Juan compro tres barras de chocolate y los desea repartir equitativamente entre sus 7 amigos. ¿Cuánto le tocará a cada amigo?

Objetivo: Comprender y emplear las fracciones en su interpretación como Cociente.

Conceptos fundamentales:

- Concepto de reparto
- División de fracciones
- División aritmética
- Números decimales
- Equivalencia entre fracciones y decimales.
- La fracción como Cociente

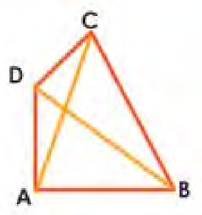
Fase de Apertura: Mediante tarjetas entregar a cada estudiante el siguiente problema:
"Se tiene tres pizzas y se ha repartido equitativamente, tocándole a cada uno 3/5 partes de cada pizza, ¿a cuántos le ha tocado pizza?

Dejar que los estudiantes externen sus conclusiones en plenaria, dando pauta para la discusión del problema.

Fase de Desarrollo:

Actividad 1.

Organizar a los estudiantes en equipos de tres integrantes e indicarles que tomen el listón que previamente se les encargo y pedirles que formulen una regla y proporcionen una generalización de cómo poder dividirlo en partes equitativas, deberán comprobar cortando en las piezas solicitadas. • Listón de 23 cm en 5 partes iguales. • Listón de 43 cm en 3 partes iguales. Concluir la actividad compartiendo sus experiencias con el resto del grupo.
Fase de cierre: El maestro debe dejar bien claro a los estudiantes los atributos relacionados a la fracción como Cociente: 1. Ver a las fracciones como una división indicada, estableciendo una equivalencia entre la fracción y el valor decimal que le corresponde. 2. Ver a la fracción como una acción de reparto. 3. Considerar a las fracciones como estructura algebraica entre la fracción y su equivalente decimal.
Actividad extraclase: Para culminar con la sesión cada integrante debe entregar un ensayo en el cual plasme la utilidad de la fracción visto hasta ahora.
Material a emplear: 1. Pizarra. 2. Tiras de listón. 3. Tijeras. 4. Regla. 5. Tarjetas. 6. Video proyector. 7. Marcadores para pizarrón.

SESIÓN III	DURACIÓN: 2 hora
Asignatura: Matemáticas I	
Tema Integrador: La fracción como Razón.	
Problematización: **(1).** Proporcionar la siguiente figura:  Indicar a los estudiantes que deberán trazar dos figuras semejantes con la condición de que uno sea la mitad y el otro el doble. Compartir sus experiencias con el resto del grupo. **(2).** Se lanza un dado aleatoriamente, ¿Cuál es la probabilidad que caiga un numero primo? **(3).** En una sesta hay 5 bolas rojas, 3 bolas negras y 7 bolas blancas. Sacamos aleatoriamente una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra?	
Objetivo: Comprender y emplear las fracciones en su interpretación como Razón, así como la interpretación de probabilidad y porcentajes como razones.	
Conceptos fundamentales: • Definición de razón. • Definición de semejanza. • Definición de escala. • Probabilidad.	

- Porcentajes.
- Proporcionalidad.
- La fracción como Razón.

Fase de Apertura: Cuando comparamos dos cantidades de una magnitud, estamos usando las fracciones como **razones**. Así, cuando decimos que la proporción entre chicos y chicas en un salón es de 3 a 2, estamos diciendo que por cada 3 chicos hay 2 chicas, es decir, que de cada cinco estudiantes, 3 son chicos y 2 son chicas.

Una misma cantidad puede expresarse como fracciones distintas según el total al que hagamos referencia. Así, el número de chicas es los 2/3 del número de chicos. ¿Cuál es el número de chicas respecto del número total de estudiantes? ¿Cuál es el número de chicos respecto del número de chicas?

Fase de Desarrollo:

Actividad 1.

Organizar a los estudiantes en equipos, y proporcione el siguiente material:

Receta: BIZCOCHO A LA CREMA.

Ingredientes para 4 personas:

- 12 bizcochos.
- 6 yemas de huevo.
- 250 g de leche.
- 90 g de azúcar

Se amplía los datos de la receta en la siguiente tabla:

Personas	2	4	6	8	…
Bizcochos	6	12	18	24	…

Yemas de huevos	3	6	9	12	…
Leche	125	250	375	500	…
Azúcar	45	90	135	180	…

Explica cómo la cantidad de ingredientes cambia dependiendo del número de personas.
¿Cómo obtendrías ahora los ingredientes para doce personas?
¿Y para una persona?

Actividad 2. Propicie que de manera individual resuelvan los siguientes problemas y argumenten sus resultados comparándolos con otros compañeros.

a) Un coche A recorre un trayecto de 3 km en 5 minutos. Un coche B recorre un trayecto de 4 km en 6 minutos. ¿Qué coche lleva una velocidad mayor?
b) Determina el porcentaje de Mujeres y Varones en tu salón de clases.

Fase de cierre: El maestro debe dejar bien claro a los estudiantes los atributos relacionados a la fracción como Razón:

1. Ver a las fracciones como un índice comparativo
2. Ver a la fracción como un cálculo aritmético.
3. Considerar a las fracciones como porcentajes y probabilidades.

Actividad extraclase:
Para culminar con la sesión cada integrante debe entregar un ensayo en el cual plasme la utilidad de la fracción visto hasta ahora.

Material a emplear:
1. Pizarra. 2. Tarjetas. 3. Video proyector. 4. Marcadores para pizarrón.

SESIÓN IV	**DURACIÓN: 2 horas**
Asignatura: Matemáticas I	
Tema Integrador: La fracción como Operador.	
Problematización: **(1).** La longitud de una circunferencia, según Arquímedes (científico griego) es de los 22/7 de su diámetro. Calcula la longitud de una circunferencia cuyo diámetro mide 70 cm. Si el diámetro de la Tierra es aproximadamente de 12,740 Km, ¿cuánto medirá un meridiano terrestre? ¿Es buena la aproximación dada por Arquímedes para el número Π ? Comprobar las operaciones realizadas utilizando la fórmula: $C = 2\pi r$ **(2).** De los 144 habitantes de un bloque de viviendas un tercio son menores de 18 años y de éstos la sexta parte son bebes con menos de 4 años. Entre los mayores de edad 5/12 son ancianos mayores de 65 años y el resto son matrimonios. Se pide el número de personas de cada grupo de edad y el número de familias. ***Sugerencia:*** Puede realizar un diagrama de árbol que describa el problema planteado.	

Objetivo: Comprender y emplear las fracciones en su interpretación como Operador.

Conceptos fundamentales:

- División de fracciones.
- Multiplicación de fracciones.
- Simplificación de fracciones.
- Fracciones equivalentes.
- La fracción como Operador.

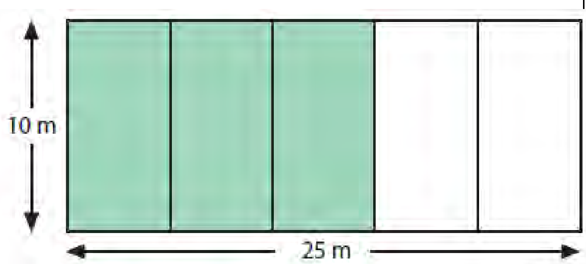
Fase de Apertura:

Las figuras de abajo simulan una máquina que transforma una cantidad que entra, a través de un proceso "operador", en una diferente a la salida.

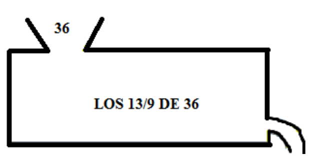
Si un número entra a la máquina, recibe la acción transformadora de la misma. Si entra por ejemplo el número 10 bajo la acción de la fracción 2/5, la máquina lo procesa y lo transforma en:

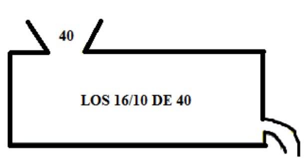
(10/5)*2 =4.

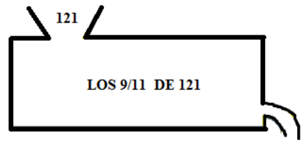
Bajo este modelo la fracción actúa objeto sobre el cual se aplica.

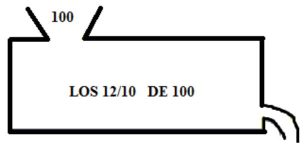


Puedes decir qué número sale en cantidades.









Un ciclista entrena todas las mañanas en una pista circular que mide 400 metros. Sabiendo esto, anota en la siguiente tabla, los metros que recorre al dar las vueltas que se indican.

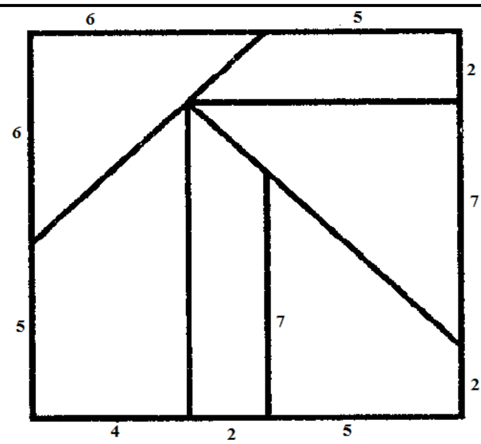
N° Vueltas	1	3	5	3/2	3 y 1/2	3/4	5/3	6/7
Total metros	400							

Fase de Desarrollo:

Actividad 1. Organizar a los estudiantes en equipos, y proporcione el siguiente material:

- Hoja con el rompecabezas.
- Regla graduada.
- Tijeras.
- Hojas blancas.
- Una cartulina fosforescente.

Entregue a cada equipo una hoja en la que aparece, en tamaño real, un rompecabezas como el que se ve en la figura.



El dibujo que aparece en la hoja es un rompecabezas, se trata de que ustedes hagan un rompecabezas semejante al que está en la hoja pero más grande, de manera que la parte que mide 4, deberá medir 7 en el rompecabezas que ustedes harán. Primero pónganse de acuerdo en el procedimiento que van a usar y luego tracen el rompecabezas en la cartulina fosforescente, recorten y unan nuevamente.

Actividad 2. En una escuela hay 600 alumnos, 2/3 de ellos son no fumadores y de éstos sólo ¼ son hombres. Sabiendo que 5/12 partes del alumnado son chicos, completar el cuadro siguiente y hallar:

a) La fracción de mujeres que son fumadoras, así como la fracción de mujeres que hay en la Escuela.

b) La parte de alumnos que son fumadores.

	Hombres	Mujeres	Total
Fumadores /as			
No fumadores/as			
Total			600

Fase de cierre: El maestro debe dejar bien claro a los estudiantes los atributos relacionados a la fracción como Operador:

1. La fracción describe una orden.
2. Describe una acción a realizar.

3. Describe el cambio de una situación inicial a una situación final. 4. Actúa sobre una situación y la modifica.
Actividad extraclase: Para culminar con la sesión cada integrante debe entregar un ensayo en el cual plasme la utilidad de la fracción visto hasta ahora.
Material a emplear: 1. Pizarra. 2. Video proyector. 3. Marcadores para pizarrón. 4. Hoja con el rompecabezas. 5. Regla graduada. 6. Tijeras. 7. Hojas blancas. 8. Una cartulina fosforescente.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

En este capítulo abordamos el enfoque metodológico y las fases de investigación, las características de los sujetos que forman parte de esta investigación, los instrumentos metodológicos que se emplean para la recolección de los datos y el análisis de la información obtenida.

3.1 El enfoque metodológico y las fases de la investigación

Se realizó una investigación cualitativa exploratoria que se llevó a cabo en distintas fases.

La primera fase consistió en diseñar una secuencia didáctica para enseñar a los estudiantes de primer semestre grupo B la fracción en sus cuatro interpretaciones. La segunda fase consistió en aplicar la secuencia didáctica en 4 sesiones de 2 horas haciendo un total de 8 horas. Una tercera fase fue diseñar un instrumento para evaluar la forma en cómo los estudiantes de bachillerato aprenden y resuelven problemas relacionados con fracciones, así como realizar un estudio piloto para detectar problemas tales como ítems redactados de forma inadecuada de acuerdo al contexto y el nivel del estudiante, así como ítems con un grado de dificultad muy elevado para su nivel.

3.2 Los sujetos y el escenario de la investigación

El estudio se llevó a cabo en el Colegio de Bachilleres del Estado de Quintana Roo, Plantel Sabán. Con estudiantes de entre 15 y 16 años de edad aproximadamente. Para este estudio la muestra se seleccionó mediante un muestreo por conveniencia, dado que se trabaja con grupos de estudiantes. El grupo seleccionado es del primer semestre grupo B (I-B) del turno matutino, que es uno de los grupos con los cuales trabajo. Por lo que la muestra está compuesta por 43 alumnos de primer semestre grupo B (I-B).

3.3 Instrumentos de investigación

Para este trabajo se diseñó un cuestionario orientado a la evaluación de la forma en cómo los estudiantes aprenden y resuelven problemas relacionados con fracciones, donde cada ítem tiene un objetivo, estos se emplean para conocer si los alumnos habían comprendido a las fracciones como: ***la relación parte-todo, las fracciones como cociente, la fracción como razón y la fracción como operador***.

Tabla 1. Ítems que evalúan la forma como los estudiantes resuelven problemas aplicando las fracciones en sus diferentes interpretaciones.

Ítem	Objetivo del ítem
1	En éste ítem se espera que el estudiante emplee a la fracción como operador, tomando como factor 3/4 y al factor entero el número de alumnos por grupo, también se espera que los estudiantes apliquen el proceso de sumas y simplificación de fracciones.
2	En éste ítem se espera que el estudiante emplee a la fracción como operador, tomando como factor a las fracciones 3/5 y 4/6; en este caso se espera que el estudiante particiones los 60 minutos en 30 para la cara A y en 30 para la cara B como los factores enteros.
3	Para éste ítem se espera que los estudiantes utilicen a la fracción como operador, tomando como factores a 2/5 y 3/7, se espera que la cantidad que le toque al menor deba ser un factor de la cantidad total, por lo tanto debe encontrar el otro factor que representaría una fracción.
4	En éste ítem se espera que el estudiante aplique a la fracción como cociente, en el que tenga que dividir cada trozo por el entero que se proporciona, formando así las fracciones que al sumarlos dan el entero, de igual manera se espera que simplifiquen cada cociente obtenido. Otra forma que se espera es aplicando a las fracciones como una relación parte todo.
5	En éste ítem se espera que el estudiante aplique a la fracción como cociente, y además tenga que emplear a la fracción como operador para comprobar sus resultados.
6	Para éste ítem se espera que el estudiante utilice a las fracciones como razones y proporciones, empleando además a las fracciones como operador para obtener las partes que debe emplear para la nueva receta.
7	En éste ítem se espera que el estudiante comprenda a la fracción como razón y que el entero está representado por la suma total de los cm^3 de cada porción de zumo, y de ahí emplee a la fracción como cociente, además deberá emplear a la fracción como operador para conocer la cantidad de una nueva mezcla.

8	Para éste ítem se espera que el estudiante emplee a la fracción como razón o cociente pero aplicados en porcentajes ya que éstos no son más que la relación de proporcionalidad que se establece entre un número y 100 (**tanto por ciento**), un número y mil (**tanto por mil**) o un número y uno (**tanto por uno**). Otra forma que se puede esperar para obtener el IVA es aplicando a las fracciones como operador multiplicando el tanto por uno por el precio.
9	En éste ítem se espera que el estudiante emplee a las fracciones como cociente aplicándolo para porcentajes. También se espera que emplee a las fracciones como operador para obtener el descuento.
10	Para éste ítem se espera que el estudiante aplique a las fracciones como relación parte todo y como operador, además que pueda sumar y simplificar las fracciones, así como poder comprobar sus resultados.

3.4 Técnica de análisis de datos

Para efectos de llevar a cabo un análisis estadístico descriptivo de los datos obtenidos en nuestro trabajo de campo, primeramente efectuaremos un Análisis Exploratorio de los Datos, para luego efectuar un Análisis de Correspondencia con el objetivo de identificar los diferentes niveles de comprensión para las cuatro interpretaciones de las fracciones

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo analizamos y discutimos los resultados de la investigación con el fin de describir las características generales de la resolución de problemas que contengan fracciones mostrado por los estudiantes, lo cual nos permitirá caracterizar la forma en cómo aprenden y resuelven los problemas proporcionados. Se analizará en forma separada los ítems correspondientes a las diferentes interpretaciones de las fracciones.

4.1 La fracción como operador.

4.1.2 Análisis del ítem 1

(1) Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de “Sabán”. Como el lugar es pequeño se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A?
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones?
c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día?

La respuesta que esperamos den los estudiantes para este ítem, es que el estudiante emplee a la fracción como operador, tomando como un factor 3/4 y al otro factor el número de alumnos por grupo.

4.1.2.1 *Respuestas representativas del ítems 1*

(1). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A?
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones?
c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día?

$\frac{3}{4} = 8$ $\quad 32 = 8$ $\quad$ 24 alumnos $\quad 32 + 28 = 60$

En esta respuesta se puede observar que el estudiante no tiene idea sobre el empleo de la fracción como operador, para el numero 24 que se observa pudo haberlo escrito al azar o por mirar al compañero de alado.

(1). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? 24 alumnos
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones?
c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día? 45 alumnos.

$\frac{3}{4} \times 32 = 24$

$\frac{3}{4} \times 28 = 21$

Este alumno si entiende de una manera muy vaga el empleo de las fracciones como operador, pero no logra resolver completamente el problema.

(1). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

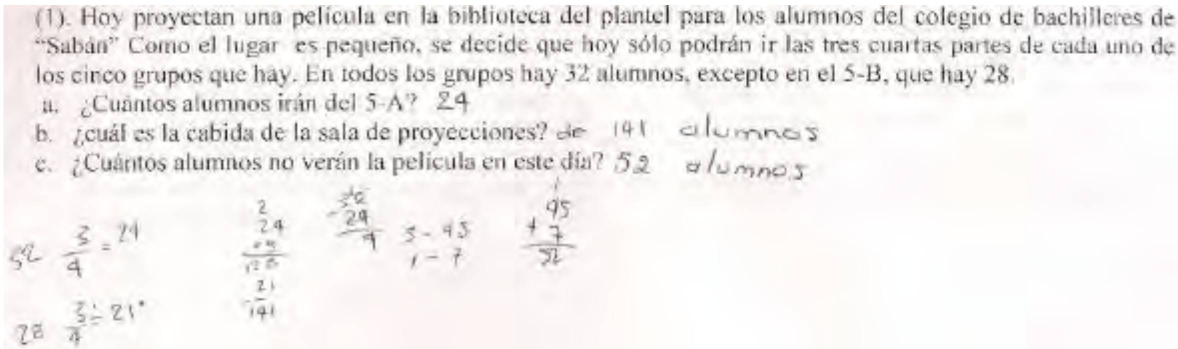
a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? 24 alumnos
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones? 124 alumnos
c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día? 32 alumnos

$\frac{32}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{96}{4} = 24$

$4 \times 24 = 96 + 28 = 124$

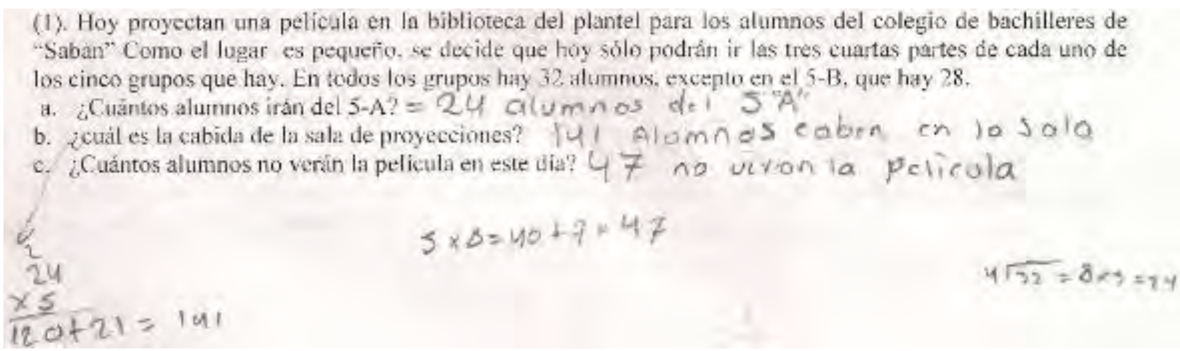
$4 \times 32 = 128 + 28 = 156$ $\quad 156 - 124 = 32$

Puede observarse que éste alumno si emplea a la fracción como operador, esta respuesta es un tanto mejor que el anterior, de hecho tiene una idea clara del algoritmo en la multiplicación de fracciones, lo único que le falto fue obtener las ¾ partes de 28.


(1). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

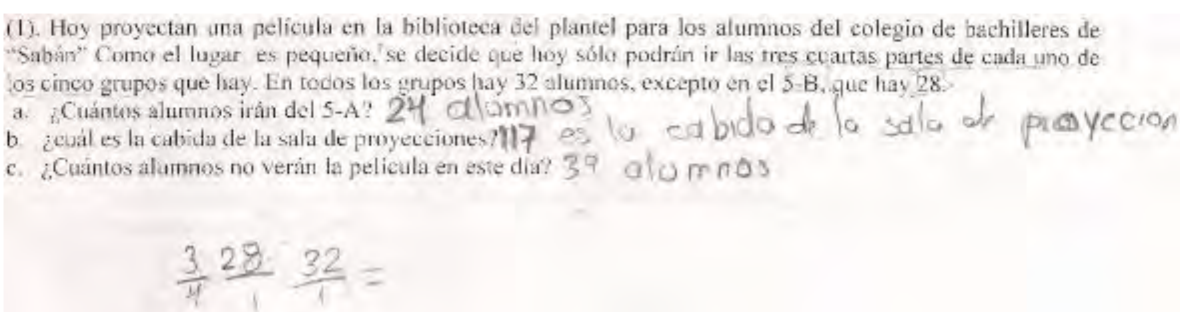
a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? 24
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones? de 141 alumnos
c. ¿Cuántos alumnos no verán la pelicula en este día? 52 alumnos

Este alumno emplea a la fracción como operador, pero no puede resolver de manera correcta el problema.


(1). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

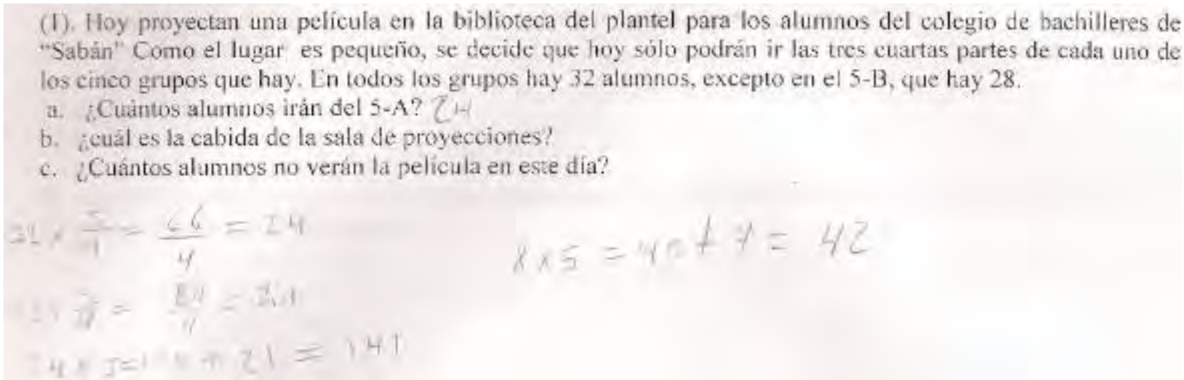
a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? = 24 alumnos del 5"A"
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones? 141 Alumnos caben en la sala
c. ¿Cuántos alumnos no verán la pelicula en este dia? 47 no veran la pelicula

Este alumno tiene una idea muy vaga del empleo de la fracción como operador, de hecho él descompone a la fracción y hace las operaciones indicadas. Pero no logra resolver correctamente el problema.


(1). Hoy proyectan una pelicula en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? 24 alumnos
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones? 117 es la cabida de la sala de proyeccion
c. ¿Cuántos alumnos no verán la pelicula en este día? 39 alumnos

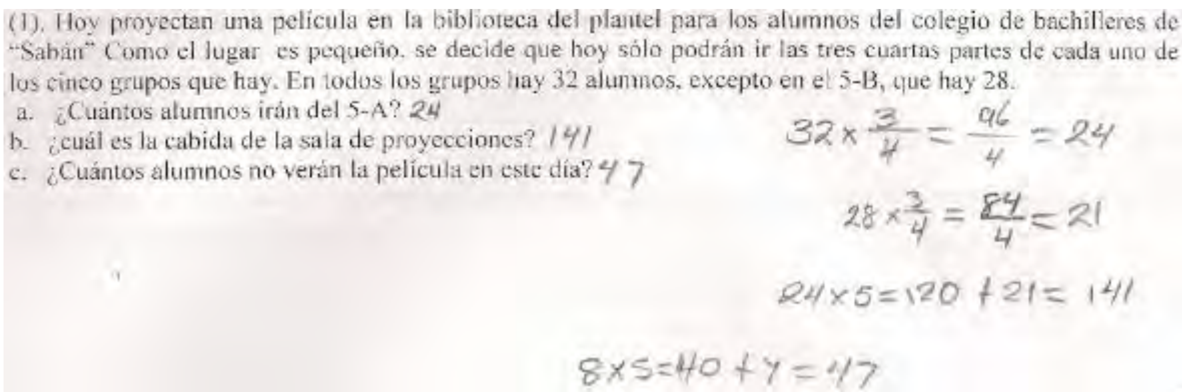
Este alumno si obtuvo las respuestas correctas, pero no se tiene suficiente información para poder decir que utiliza correctamente a las fracciones como operador.



(I). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? 24
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones?
c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día?

Este alumno si emplea correctamente la fracción como operador, pero no resuelve correctamente el problema.



(I). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? 24
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones? 141
c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día? 47

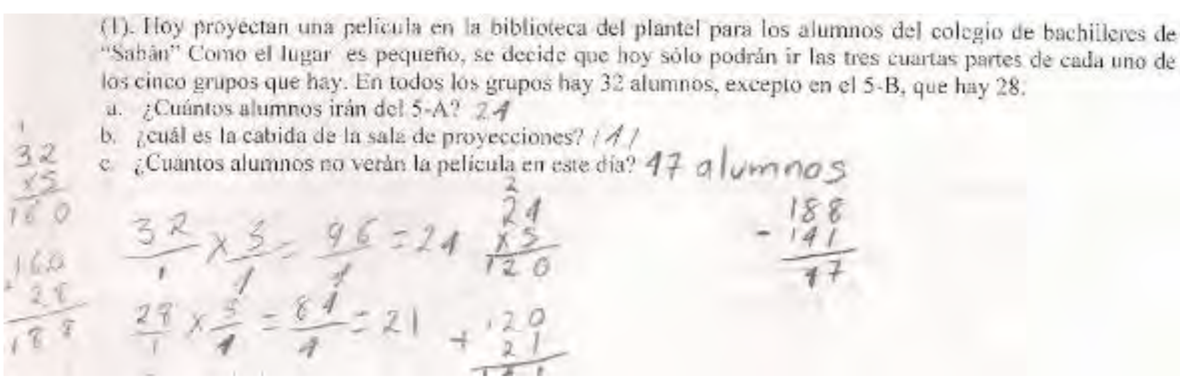
$32 \times \frac{3}{4} = \frac{96}{4} = 24$

$28 \times \frac{3}{4} = \frac{84}{4} = 21$

$24 \times 5 = 120 + 21 = 141$

$8 \times 5 = 40 + 7 = 47$

Este alumno si comprende bien el empleo de la fracción como operador, de hecho se observa que sigue un algoritmo sobre la multiplicación de un entero con una fracción, pero no resolvió correctamente el problema.



(I). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sabán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? 24
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones? 141
c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día? 47 alumnos

$\frac{32}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{96}{4} = 24$

$\frac{28}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{84}{4} = 21$

Se puede observar que si se emplea a la fracción como operador, pero como en los casos anteriores no logra resolver correctamente el problema.

(1). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de "Sahán" Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A? R= 24 alumnos.

b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones? R= de 124 alumnos

c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día? R= 32 alumnos

$\frac{32}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{96}{4} = 24$

$4 \times 24 = 96 + 28 = 124$

$4 \times 32 = 128 + 28 = 156 \qquad 156 - 124 = 32$

Se observa que aplico correctamente a la fracción como operador para el caso de los grupos de 32 alumnos, pero no para el grupo que tiene 28 alumnos, esto hace que los resultados esperados en los dos últimos incisos sean incorrectos. Se puede observar que aplica un algoritmo adecuando en la multiplicación de fracciones.

En conclusión se puede decir que de los 43 alumnos, 27 de ellos lograron tener comprensión del manejo de las fracciones y por lo tanto emplearon a la fracción como operador, por otro lado 16 alumnos tuvieron una idea un tanto vaga en ver a la fracción como operador. También se observa que de los 27 alumnos 15 dan con los resultados esperados mientras que 12 de ellos no lograron completar el problema.

4.1.3 Análisis del ítem 2

(2). En un CD virgen, de 60 minutos de duración he grabado todas las canciones de un disco que me han prestado, ocupando los 3/5 de la cara A y los 4/6 de la B.

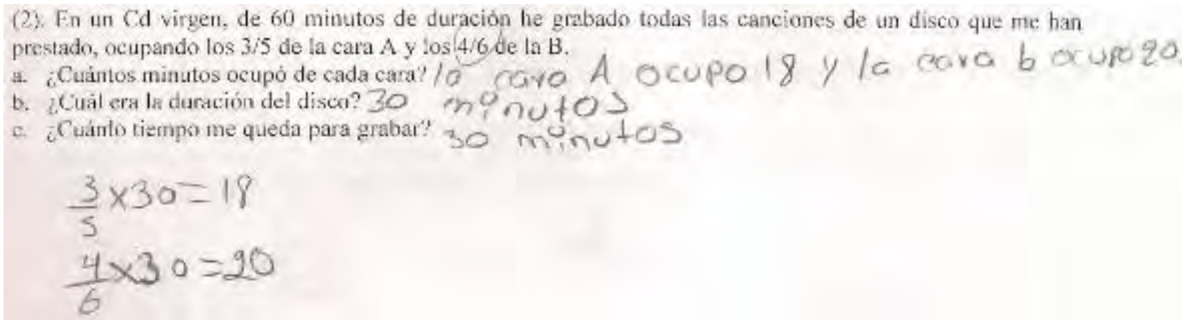
a. ¿Cuántos minutos ocupó de cada cara?

b. ¿Cuál era la duración del disco?

c. ¿Cuánto tiempo me queda para grabar?

En éste ítem se espera que el estudiante emplee a la fracción como operador, tomando como factor a las fracciones 3/5 y 4/6; en este caso se espera que el estudiante particiones los 60 minutos en 30 para la cara A y en 30 para la cara B, de tal manera que pueda multiplicar 3/5 por 30 para la cara A y los 4/6 por 30 para la cara B.

4.1.3.1 *Respuestas representativas del ítems 2*


(2). En un Cd virgen, de 60 minutos de duración he grabado todas las canciones de un disco que me han prestado, ocupando los 3/5 de la cara A y los 4/6 de la B.

a. ¿Cuántos minutos ocupó de cada cara? la cara A ocupo 18 y la cara b ocupo 20.

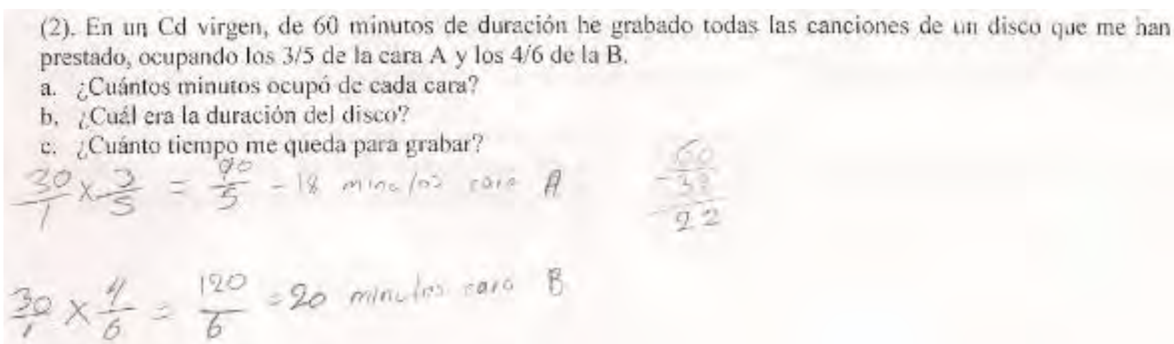
b. ¿Cuál era la duración del disco? 30 minutos

c. ¿Cuánto tiempo me queda para grabar? 30 minutos

$\frac{3}{5} \times 30 = 18$

$\frac{4}{6} \times 30 = 20$

Aquí puede observarse que si emplea a la fracción como operador, esto indica que tiene idea de cómo usar las fracciones, desafortunadamente no concreto correctamente el problema, es decir, no supo responder correctamente el inciso b y c.


(2). En un Cd virgen, de 60 minutos de duración he grabado todas las canciones de un disco que me han prestado, ocupando los 3/5 de la cara A y los 4/6 de la B.

a. ¿Cuántos minutos ocupó de cada cara?

b. ¿Cuál era la duración del disco?

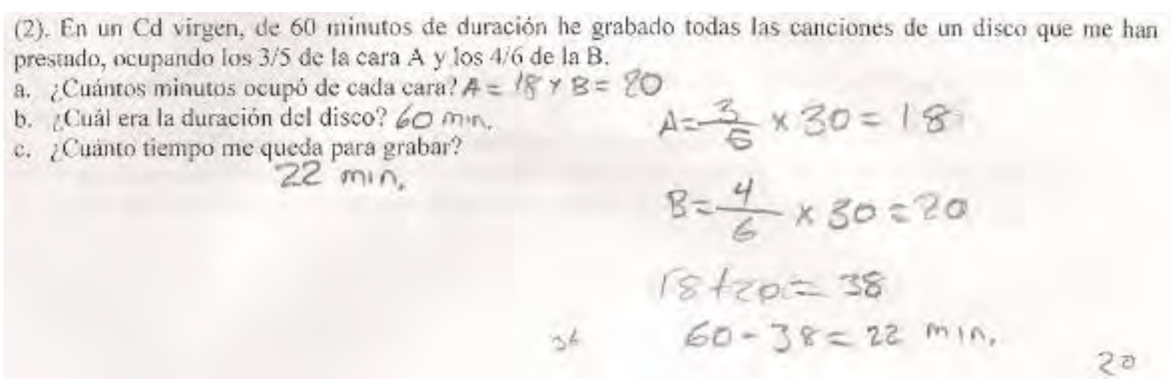
c. ¿Cuánto tiempo me queda para grabar?

$\frac{30}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{90}{5} = 18$ minutos cara A

$60 - 38 = 22$

$\frac{30}{1} \times \frac{4}{6} = \frac{120}{6} = 20$ minutos cara B

Nuevamente se puede ver que este alumno si empleo a la fracción como operador, a diferencia del anterior pudo dar la respuesta del inciso b, pero no la del inciso c.


(2). En un Cd virgen, de 60 minutos de duración he grabado todas las canciones de un disco que me han prestado, ocupando los 3/5 de la cara A y los 4/6 de la B.

a. ¿Cuántos minutos ocupó de cada cara? A = 18 y B = 20

b. ¿Cuál era la duración del disco? 60 min.

c. ¿Cuánto tiempo me queda para grabar? 22 min.

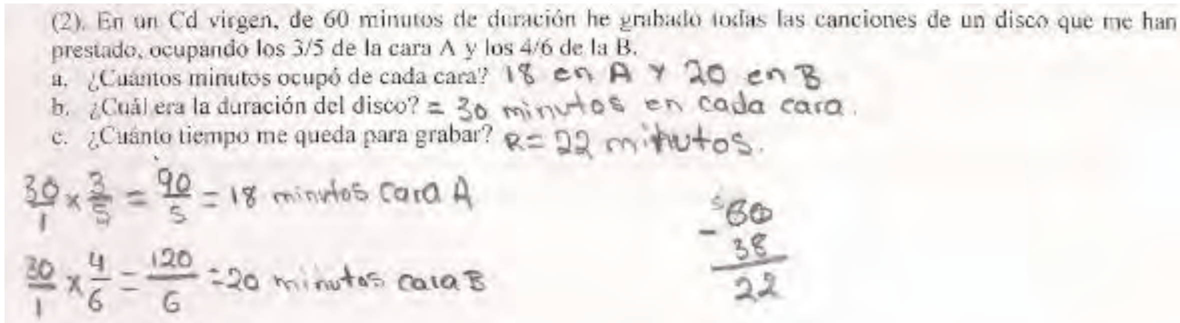
$A = \frac{3}{5} \times 30 = 18$

$B = \frac{4}{6} \times 30 = 20$

$18 + 20 = 38$

$60 - 38 = 22$ min.

Se puede apreciar que éste alumno comprende adecuadamente cuando emplear a las fracciones como operador, responde correctamente el inciso a y c, pero no el b.



(2). En un Cd virgen, de 60 minutos de duración he grabado todas las canciones de un disco que me han prestado, ocupando los 3/5 de la cara A y los 4/6 de la B.

a. ¿Cuántos minutos ocupó de cada cara? 18 en A y 20 en B

b. ¿Cuál era la duración del disco? = 30 minutos en cada cara.

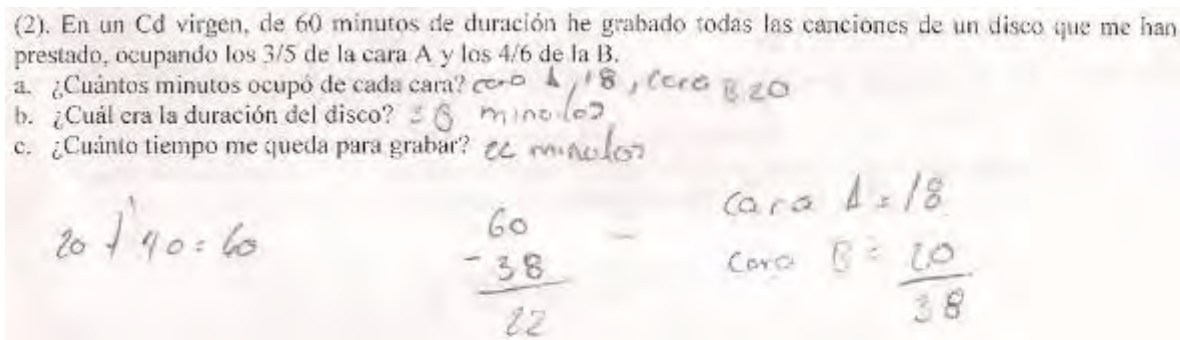
c. ¿Cuánto tiempo me queda para grabar? R= 22 minutos.

$\frac{30}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{90}{5} = 18$ minutos cara A

$\frac{30}{1} \times \frac{4}{6} = \frac{120}{6} = 20$ minutos cara B

$$\begin{array}{r} 60 \\ -\ 38 \\ \hline 22 \end{array}$$

Este alumno emplea adecuadamente a la fracción como operador, de hecho puede apreciarse que resolvió correctamente el inciso a y c, pero no el b.



(2). En un Cd virgen, de 60 minutos de duración he grabado todas las canciones de un disco que me han prestado, ocupando los 3/5 de la cara A y los 4/6 de la B.

a. ¿Cuántos minutos ocupó de cada cara? cara A, 18, cara B 20

b. ¿Cuál era la duración del disco? 38 minutos

c. ¿Cuánto tiempo me queda para grabar? 22 minutos

$20 + 40 = 60$

$$\begin{array}{r} 60 \\ -\ 38 \\ \hline 22 \end{array}$$

cara A = 18

cara B = 20

$$\begin{array}{r} 18 \\ 20 \\ \hline 38 \end{array}$$

Se observa que este alumno si empleo adecuadamente a la fracción como operador, igual que el anterior no respondió correctamente el inciso b.

En conclusión se puede decir que los 43 alumnos emplearon a la fracción como operador, por otro lado, se pudo observar que los 43 alumnos no resolvieron correctamente el inciso b del problema planteado.

4.1.4 Análisis del ítem 3

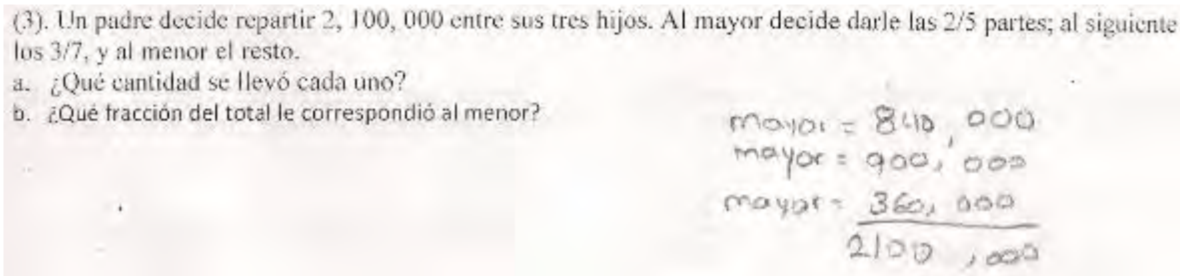
(3). Un padre decide repartir 2, 100, 000 entre sus tres hijos. Al mayor decide darle las 2/5 partes; al siguiente los 3/7, y al menor el resto.

a. ¿Qué cantidad se llevó cada uno?

b. ¿Qué fracción del total le correspondió al menor?

Para éste ítem se espera que los estudiantes utilicen a la fracción como operador. También se espera que pueda tener idea de tomar al todo como unidad y poder calcular la parte fraccionaria que le debe corresponder al hijo menor.

4.1.4.1 *Respuestas representativas del ítems 3*



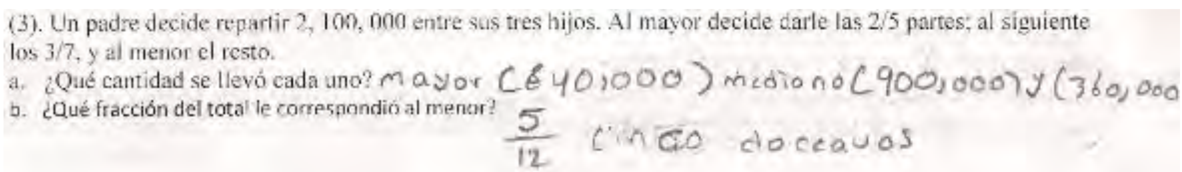
(3). Un padre decide repartir 2, 100, 000 entre sus tres hijos. Al mayor decide darle las 2/5 partes; al siguiente los 3/7, y al menor el resto.

a. ¿Qué cantidad se llevó cada uno?

b. ¿Qué fracción del total le correspondió al menor?

mayor = 840, 000
mayor = 900, 000
mayor = 360, 000
2100, 000

Este alumno tiene los resultados esperados pero no podemos afirmar que ha empleado a la fracción como operador ya que no hay ningún argumento para afirmar.

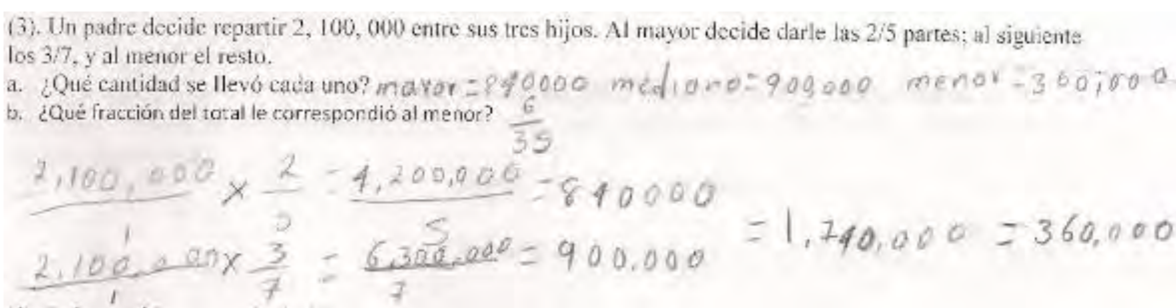


(3). Un padre decide repartir 2, 100, 000 entre sus tres hijos. Al mayor decide darle las 2/5 partes; al siguiente los 3/7, y al menor el resto.

a. ¿Qué cantidad se llevó cada uno? mayor (840,000) mediano (900,000) y (360,000

b. ¿Qué fracción del total le correspondió al menor? 5/12 cinco doceavos

Se puede observar que este alumno, al igual que el anterior tiene los resultados esperados pero no podemos afirmar que se ha empleado a la fracción como operador, no proporciona dicha información en sus respuestas. No se puede decir algo sobre los 5/12 obtenidos, no hay información suficiente para poder dar una explicación de cómo obtuvo esa fracción.



(3). Un padre decide repartir 2, 100, 000 entre sus tres hijos. Al mayor decide darle las 2/5 partes; al siguiente los 3/7, y al menor el resto.

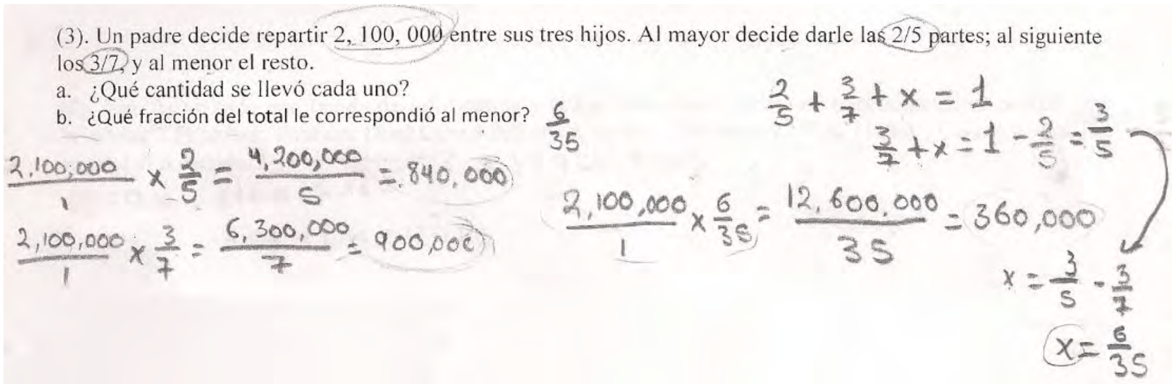
a. ¿Qué cantidad se llevó cada uno? mayor = 840000 mediano = 900,000 menor = 360,000

b. ¿Qué fracción del total le correspondió al menor? 6/35

$\frac{2,100,000}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{4,200,000}{5} = 840000$

$\frac{2,100,000}{1} \times \frac{3}{7} = \frac{6,300,000}{7} = 900,000$ $= 1,740,000 = 360,000$

Este alumno si muestra información para poder afirmar que emplea a la fracción como operador, aunque se observa que tiene una mala redacción matemática, sobre el manejo del signo de igualdad. También se aprecia que tiene la fracción correcta que le corresponde al menor, pero no hay suficiente información para poder asegurar que comprendió correctamente el problema de tal manera que el resultado sea adecuado.


(3). Un padre decide repartir 2, 100, 000 entre sus tres hijos. Al mayor decide darle las 2/5 partes; al siguiente los 3/7, y al menor el resto.
a. ¿Qué cantidad se llevó cada uno?
b. ¿Qué fracción del total le correspondió al menor? $\frac{6}{35}$

$\frac{2,100,000}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{4,200,000}{5} = 840,000$

$\frac{2,100,000}{1} \times \frac{3}{7} = \frac{6,300,000}{7} = 900,000$

$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} + x = 1$

$\frac{3}{7} + x = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

$\frac{2,100,000}{1} \times \frac{6}{35} = \frac{12,600,000}{35} = 360,000$

$x = \frac{3}{5} - \frac{3}{7}$

$x = \frac{6}{35}$

Puede observarse que este alumno comprendió correctamente en qué momento debe emplear a la fracción como operador y sobre todo **comprendió correctamente que el todo es equivalente a la unidad**, de tal manera que pudo plantear una suma de fracciones equivalentes a la unidad y hallar así la fracción correcta que le corresponde al menor.

Para concluir con el análisis del ítems 3, se puede decir que de los 43 alumnos, 32 de ellos lograron tener comprensión del manejo de las fracciones y por lo tanto emplearon a la fracción como operador, por otro lado 11 alumnos tuvieron una idea un tanto vaga en ver a la fracción como operador. También se observa que de los 32 alumnos 27 dan con los resultados esperados mientras que 5 de ellos no lograron completar el problema.

4.2 La fracción como cociente.

4.2.1 Análisis del ítem 4

(4). Se ha partido una regla de 30 cm en tres trozos de longitudes 10cm, 18cm y 2cm. ¿Qué fracciones representan?

En éste ítem se espera que el estudiante aplique a la fracción como cociente, en el que tenga que dividir cada trozo por el entero que se proporciona, formando así las fracciones que al sumarlos dan el entero, de igual manera se espera que simplifiquen cada cociente obtenido.

4.2.1.1 *Respuestas representativas del ítems 4*

(4). Se ha partido una regla de 30 cm en tres trozos de longitudes 10cm, 18cm y 2cm. ¿Qué fracciones representan?

10/30 18/30 2/30

Este alumno proporciona información muy general, aunque tuvo la posibilidad de simplificar las fracciones obtenidas se aprecia que no lo simplifico, por lo tanto, solamente tiene un conocimiento vago sobre fracciones.

(4). Se ha partido una regla de 30 cm en tres trozos de longitudes 10cm, 18cm y 2cm. ¿Qué fracciones representan? $10 = \frac{1}{3}$ $18 = \frac{3}{5}$: $2 = \frac{1}{5}$

Se observa que éste alumno obtuvo los resultados que el anterior, y además simplifica las fracciones, pero no maneja correctamente el signo de igualdad, ya que se atreve a igualar 10 con 1/3 por mencionar un ejemplo.

(4). Se ha partido una regla de 30 cm en tres trozos de longitudes 10cm, 18cm y 2cm. ¿Qué fracciones representan?

$10 = \frac{1}{3}$ porque 30 se dividio entre 3

$18 = \frac{3}{5}$ porque 30 se dividio entre 5 y se tomaron 3

$2 = \frac{1}{2}$ porque 30 se dividio entre 2

Este alumno intenta justificar sus conclusiones, aunque puede observarse que emplea incorrectamente el signo de igualdad y para el último valor escribe ½ cuando le corresponde 2/30, es decir, 1/15.

(4). Se ha partido una regla de 30 cm en tres trozos de longitudes 10cm, 18cm y 2cm. ¿Qué fracciones representan?

$$\frac{10}{30} + \frac{18}{30} + \frac{2}{30} = \frac{10+18+2}{30} = \frac{30}{30} =$$

Se observa que el estudiante proporciona los resultados esperados, además entiende que la suma total deberá de dar la unidad.

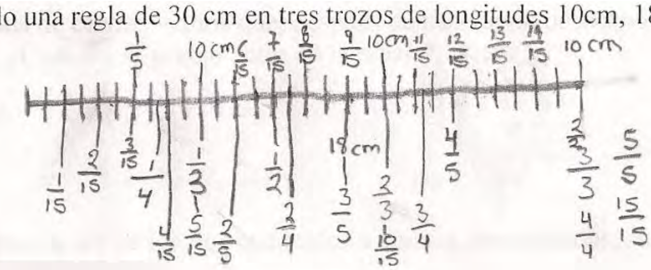
(4). Se ha partido una regla de 30 cm en tres trozos de longitudes 10cm, 18cm y 2cm. ¿Qué fracciones representan?

$10\ cm = \frac{1}{3}$

$18 = \frac{3}{5}$

$10\ cm = \frac{1}{3}$

$2\ cm = \frac{1}{15}$



La forma en como trabajo este alumno es algo inusual, pero se puede ver que los resultados proporcionados son correctos, además, se observa que si comprendió bien el concepto de fracción como partes de una unidad, y que pueda relacionar el concepto de parte de un todo con la fracción empleada como razón.

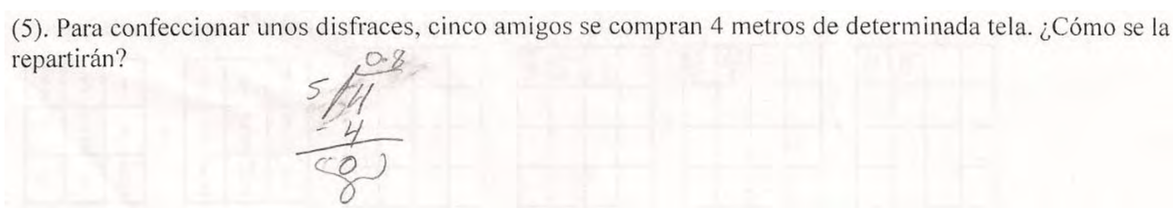
En conclusión se puede decir que los 43 alumnos emplearon a la fracción como razón, por otro lado, se pudo observar que de los 43 alumnos 19 de ellos no lograron simplificar las fracciones obtenida.

4.2.2 Análisis del ítem 5

(5). Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán?

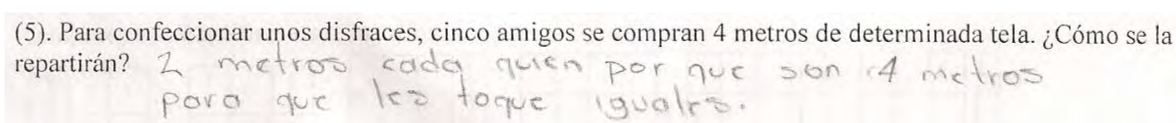
En éste ítem se espera que el estudiante aplique a la fracción como cociente, y además tenga que emplear a la fracción como operador para comprobar sus resultados.

4.2.2.1 *Respuestas representativas del ítems 5*

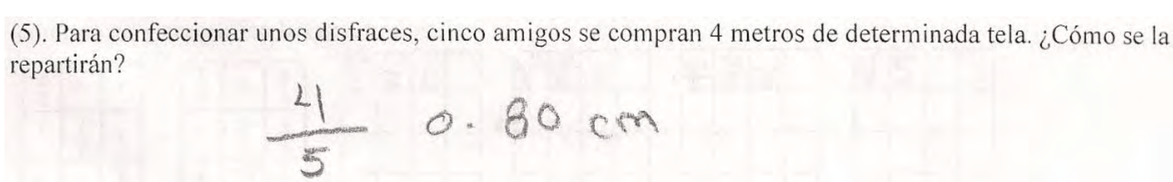

(5). Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán?

0.8
5) 4
-4
(8)
0

En esta respuesta proporcionada se puede observar que si se intenta dar un resultado y sobre todo emplear a la fracción como cociente, mas sin embargo no se aprecia una conclusión proporcionada.

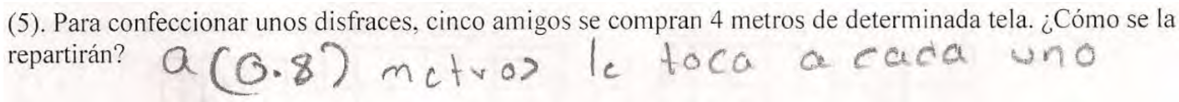

(5). Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán? 2 metros cada quien por que son 4 metros para que les toque iguales.

Este alumno no comprendió bien el problema en cuestión ya que supone que solamente se repartirán los 4 metros de tela entre 2 amigos.

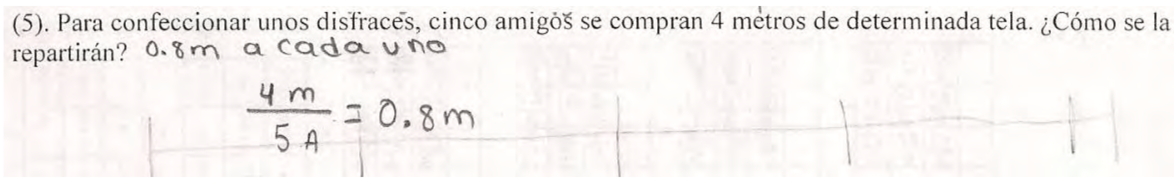

(5). Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán?

$\frac{4}{5}$ 0.80 cm

Esta respuesta indica como representar el problema como una fracción y además se observa cómo ha dividido los 4 metros por los 5 amigos.


(5). Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán? a (0.8) metros le toca a cada uno

En esta respuesta no se puede decir que empleo a la fracción como cociente, ya que solamente tiene una cantidad, aunque es correcta no se puede ver cómo es que la obtuvo.


(5). Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán? 0.8m a cada uno

$\frac{4\,m}{5\,A} = 0.8m$

Este alumno intenta representar el problema en un gráfico, pero puede observarse como es que no puede acomodar a los 5 amigos por lo que decide escribirlo en forma de cociente y posteriormente dar el resultado, aquí se puede decir que si comprendió en qué momento emplear a la fracción como cociente.

En conclusión se puede decir que de los 43 alumnos 39 emplearon a la fracción como cociente, y de éstos, 33 proporcionan una equivalencia con decimales.

4.3 La fracción como razón.

4.3.1 Análisis del ítem 6

(6). En un libro de cocina se pueden leer las siguientes cantidades para una receta:

Pollo al mojo de ajo (6 personas):

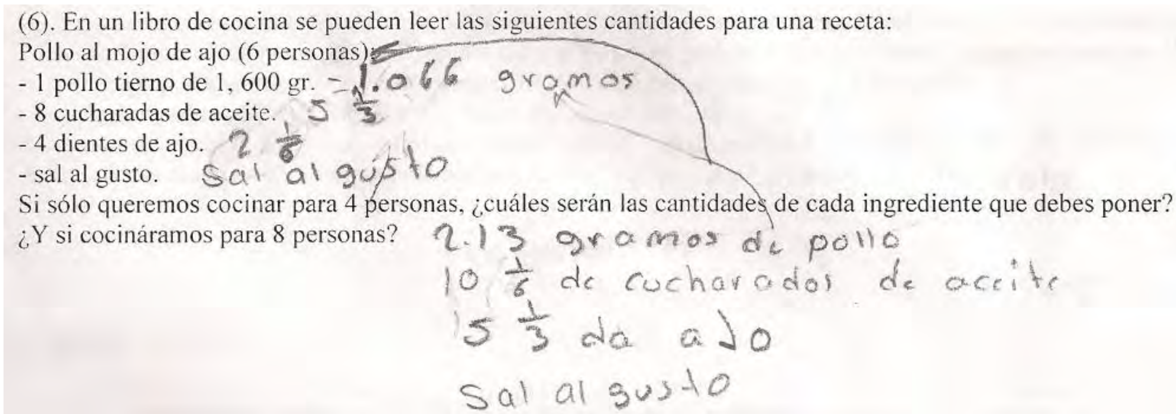
- 1 pollo tierno de 1, 600 gr.
- 8 cucharadas de aceite.
- 4 dientes de ajo.
- sal al gusto.

Si sólo queremos cocinar para 4 personas, ¿cuáles serán las cantidades de cada ingrediente que debes poner?

¿Y si cocináramos para 8 personas?

Para éste ítem se espera que el estudiante utilice a las fracciones como razones y proporciones, empleando además a las fracciones como operador para obtener las partes que debe emplear para la nueva receta.

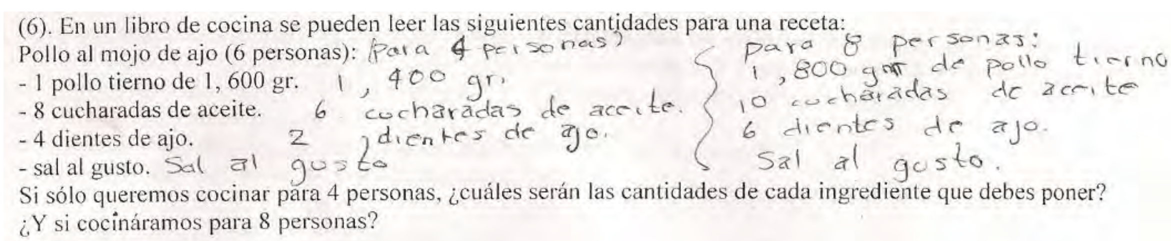
4.3.1.1 *Respuestas representativas del ítems 6*



(6). En un libro de cocina se pueden leer las siguientes cantidades para una receta:
Pollo al mojo de ajo (6 personas):
- 1 pollo tierno de 1, 600 gr. = 1.066 gramos
- 8 cucharadas de aceite. 5 $\frac{1}{3}$
- 4 dientes de ajo. 2 $\frac{1}{6}$
- sal al gusto. Sal al gusto

Si sólo queremos cocinar para 4 personas, ¿cuáles serán las cantidades de cada ingrediente que debes poner?
¿Y si cocináramos para 8 personas? 2.13 gramos de pollo
10 $\frac{1}{6}$ de cucharados de aceite
5 $\frac{1}{3}$ de ajo
Sal al gusto

En esta respuesta proporcionada se puede observar que sí se intenta proporcionar un resultado y sobre todo emplear a la fracción como razón, mas sin embargo no se aprecia una conclusión que permita identificar como el alumno desarrollo el problema para proporcionar los resultados.

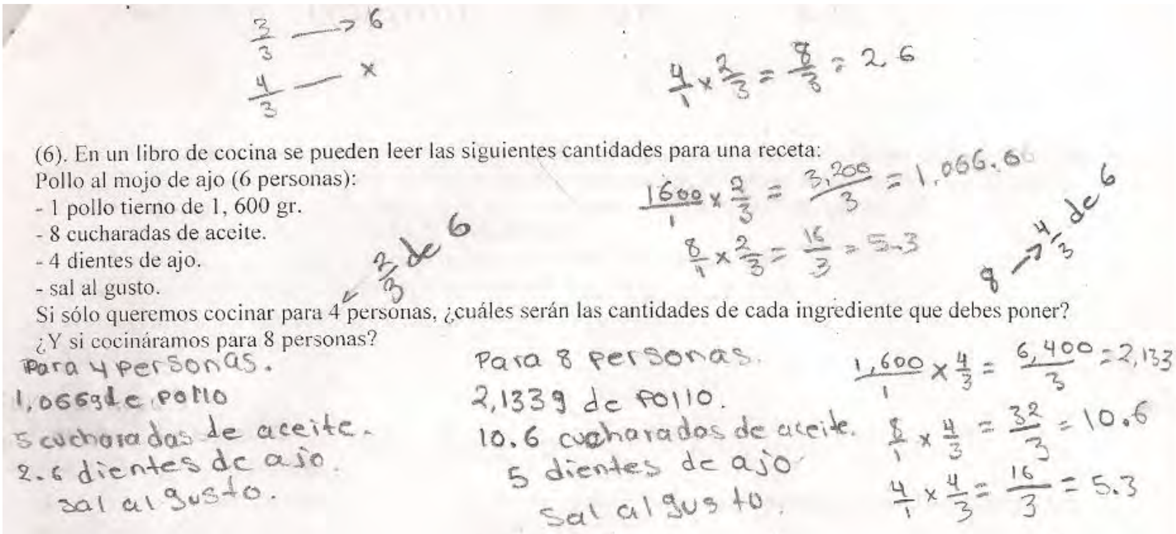


(6). En un libro de cocina se pueden leer las siguientes cantidades para una receta:
Pollo al mojo de ajo (6 personas): para 4 personas
- 1 pollo tierno de 1, 600 gr. 1, 400 gr.
- 8 cucharadas de aceite. 6 cucharadas de aceite.
- 4 dientes de ajo. 2 dientes de ajo.
- sal al gusto. Sal al gusto

para 8 personas:
1,800 gr de pollo tierno
10 cucharadas de aceite
6 dientes de ajo.
Sal al gusto.

Si sólo queremos cocinar para 4 personas, ¿cuáles serán las cantidades de cada ingrediente que debes poner?
¿Y si cocináramos para 8 personas?

Aquí se puede observar que el alumno, realizo una aproximación de los resultados esperados, faltándole la parte fraccionaria, para que el resultado sea exacto.


$\frac{3}{3} \longrightarrow 6$

$\frac{4}{3}$ — x

$\frac{4}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2.6$

(6). En un libro de cocina se pueden leer las siguientes cantidades para una receta:
Pollo al mojo de ajo (6 personas):
- 1 pollo tierno de 1, 600 gr.
- 8 cucharadas de aceite.
- 4 dientes de ajo.
- sal al gusto.
Si sólo queremos cocinar para 4 personas, ¿cuáles serán las cantidades de cada ingrediente que debes poner?
¿Y si cocináramos para 8 personas?

$\frac{1600}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{3,200}{3} = 1,066.66$

$\frac{8}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3} = 5.3$

$\frac{2}{3}$ de 6

8 ↗ $\frac{4}{3}$ de 6

Para 4 personas.
1,066gde pollo
5 cucharadas de aceite.
2.6 dientes de ajo.
sal al gusto.

Para 8 personas.
2,133g de pollo.
10.6 cucharados de aceite.
5 dientes de ajo
Sal al gusto.

$\frac{1,600}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{6,400}{3} = 2,133$

$\frac{8}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{32}{3} = 10.6$

$\frac{4}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3} = 5.3$

Aquí se puede observar que el alumno utilizo a la fracción como razón, es decir que el estudiante se pudo percatar que bastase con dividir el total de personas que se necesitan con el total de personas que especifica la receta, además, se observa que el estudiante pudo simplificar la fracción sin la necesidad de usar decimales, también se aprecia en la imagen que el alumno fue capaz de usar a las fracciones como operador, para terminar, éste alumno dio con el resultado correcto pero lo más destacado es cómo uso a la fracción para dar con él.

4.3.2 Análisis del ítem 7

(7). En un cóctel, por cada litro hay 650 cm^3 de jugo de naranja, 200 cm^3 de jugo de piña y 150 cm^3 de zanahoria.

a. Expresa como fracción la cantidad de cada uno de los componentes.

b. Para cierta cantidad de cóctel se han empleado 325 cm^3 de jugo de piña. ¿Qué cantidad era ésta?

c. ¿Qué cantidad de jugo de naranja llevará este último cóctel?

En éste ítem se espera que el estudiante comprenda a la fracción como razón y que el entero está representado por la suma total de los cm^3 de cada porción de jugo, y de ahí emplee a la fracción como cociente, además deberá emplear a la fracción como operador para conocer la cantidad de una nueva mezcla.

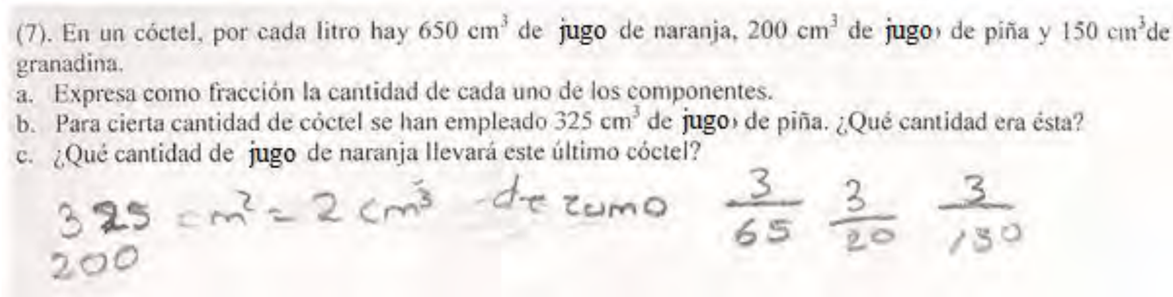
65+20+15=100

1000 cm^3 → 200 cm^3 1000 cm^3 → 650 cm^3

X → 325 cm^3 1625 cm^3 → x

X= 1625 cm^3 x= 1056.25 jugo de naranja.

4.3.2.1 Respuestas representativas del ítems 7



(7). En un cóctel, por cada litro hay 650 cm^3 de jugo de naranja, 200 cm^3 de jugo de piña y 150 cm^3 de granadina.

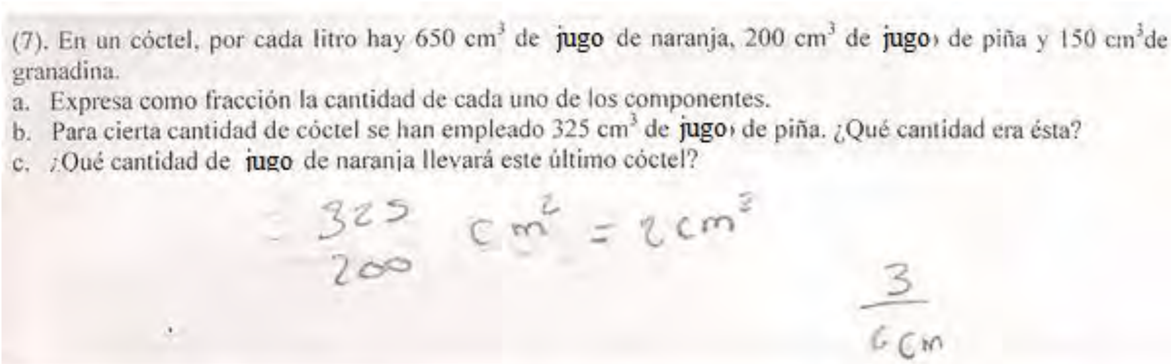
a. Expresa como fracción la cantidad de cada uno de los componentes.

b. Para cierta cantidad de cóctel se han empleado 325 cm^3 de jugo de piña. ¿Qué cantidad era ésta?

c. ¿Qué cantidad de jugo de naranja llevará este último cóctel?

$\frac{325}{200}$ cm^2 = 2 cm^3 de zumo $\frac{3}{65}$ $\frac{3}{20}$ $\frac{3}{130}$

Se observa que este alumno no comprendió bien el problema en cuestión, pero deja verse que tiene ciertas tendencias para emplear a la fracción como razón.



(7). En un cóctel, por cada litro hay 650 cm^3 de jugo de naranja, 200 cm^3 de jugo de piña y 150 cm^3 de granadina.

a. Expresa como fracción la cantidad de cada uno de los componentes.

b. Para cierta cantidad de cóctel se han empleado 325 cm^3 de jugo de piña. ¿Qué cantidad era ésta?

c. ¿Qué cantidad de jugo de naranja llevará este último cóctel?

$\frac{325}{200}$ cm^2 = 2 cm^3

$\frac{3}{6cm}$

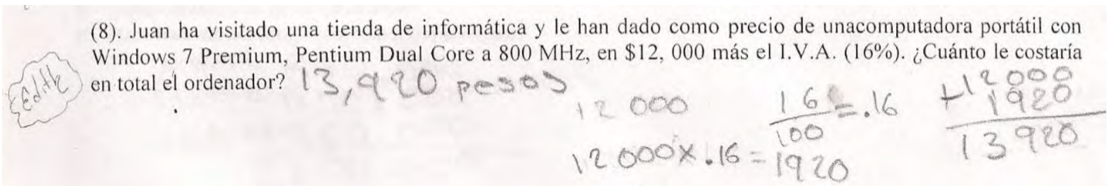
Aquí observamos que el estudiante no comprendió de manera correcta el trabajo en cuestión.

4.3.3 Análisis del ítem 8

(8). Juan ha visitado una tienda de informática y le han dado como precio de una computadora portátil con Windows 7 Premium, Pentium Dual Core a 800 MHz, en \$12, 000 más el I.V.A. (16%) ¿Cuánto le costaría en total el ordenador?

Para éste ítem se espera que el estudiante emplee a la fracción como razón o cociente pero aplicados en porcentajes ya que éstos no son más que la relación de proporcionalidad que se establece entre un número y 100 (**tanto por ciento**), un número y mil (**tanto por mil**) o un número y uno (**tanto por uno**). Otra forma que se puede esperar para obtener el IVA es aplicando a las fracciones como operador multiplicando el tanto por uno por el precio.

4.3.3.1 Respuestas representativas del ítems 8


(8). Juan ha visitado una tienda de informática y le han dado como precio de unacomputadora portátil con Windows 7 Premium, Pentium Dual Core a 800 MHz, en $12, 000 más el I.V.A. (16%). ¿Cuánto le costaría en total el ordenador? 13,920 pesos

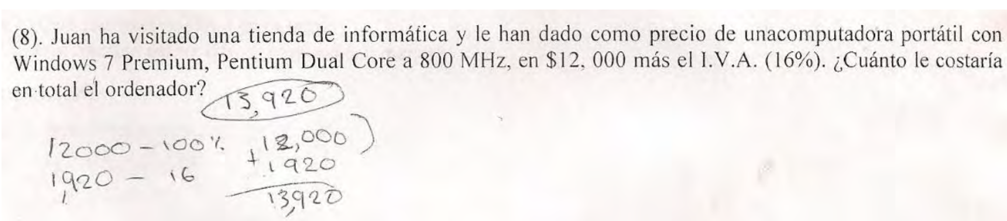
12 000

$\frac{16}{100} = .16$

12 000x.16 = 1920

+12000
1920
13920

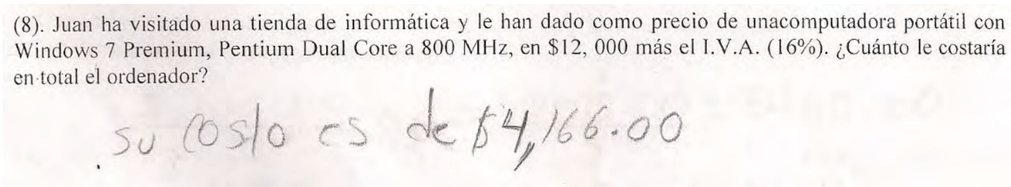
Se puede observar que el alumno opto por calcular el tanto por uno, que fue de dividir 16/100 obteniendo 0.16 para calcular el 16% y agregarle a la cantidad inicial. Podríamos decir que este alumno obtuvo el resultado correcto y se observa que si hubo una comprensión de la fracción como cociente y como operador.


(8). Juan ha visitado una tienda de informática y le han dado como precio de unacomputadora portátil con Windows 7 Premium, Pentium Dual Core a 800 MHz, en $12, 000 más el I.V.A. (16%). ¿Cuánto le costaría en total el ordenador? 13,920

12000 – 100%
1920 – 16

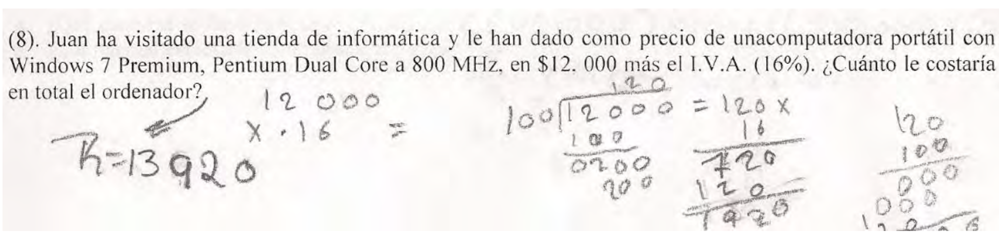
+12,000
1920
13920

En este resultado no se puede apreciar como el alumno obtuvo 1,920. Más sin embargo tiene un resultado correcto. Pero no se puede decir que comprendió la fracción en esta interpretación.


(8). Juan ha visitado una tienda de informática y le han dado como precio de unacomputadora portátil con Windows 7 Premium, Pentium Dual Core a 800 MHz, en $12, 000 más el I.V.A. (16%). ¿Cuánto le costaría en total el ordenador?

su costo es de $4,166.00

Aquí podemos observar que el alumno no comprendió bien el problema y por lo tanto obtuvo un resultado incorrecto. Se observa que no entendió el significado de la fracción como cociente.

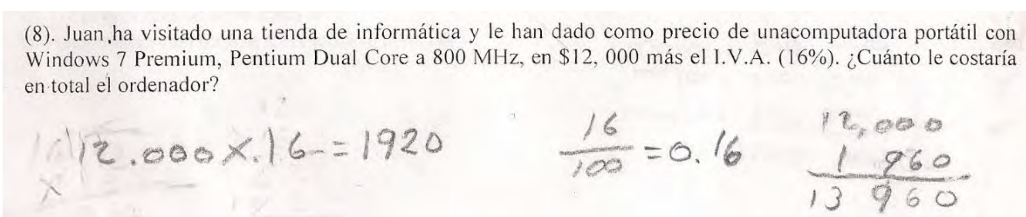

(8). Juan ha visitado una tienda de informática y le han dado como precio de unacomputadora portátil con Windows 7 Premium, Pentium Dual Core a 800 MHz, en $12. 000 más el I.V.A. (16%). ¿Cuánto le costaría en total el ordenador?

R=13920

12 000 x .16 =

100 | 12 000 = 120 x 16 = 720 + 120 = 1920

Se observa que este estudiante comprendió adecuadamente que la fracción toma el papel de cociente y de operador. De esta manera obtuvo un resultado correcto.


(8). Juan ha visitado una tienda de informática y le han dado como precio de unacomputadora portátil con Windows 7 Premium, Pentium Dual Core a 800 MHz, en $12, 000 más el I.V.A. (16%). ¿Cuánto le costaría en total el ordenador?

12.000 x .16 = 1920

$\frac{16}{100} = 0.16$

12,000 + 1 960 = 13 960

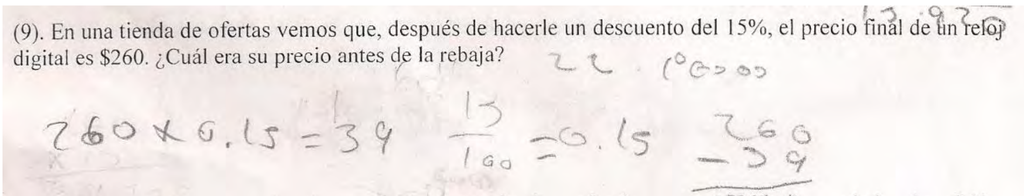
Se puede observar que el alumno opto por calcular el tanto por uno, para calcular el 16% y agregarle a la cantidad inicial. Podríamos decir que este alumno obtuvo el resultado correcto y se observa que si hubo una comprensión de la fracción como cociente y como operador.

4.3.4 Análisis del ítem 9

(9). En una tienda de ofertas vemos que, después de hacerle un descuento del 15%, el precio final de un reloj digital es $260. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

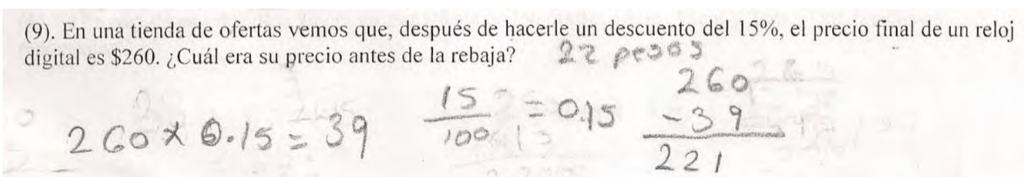
En éste ítem se espera que el estudiante emplee a las fracciones como cociente aplicándolo para porcentajes. También se espera que emplee a las fracciones como operador para obtener el descuento.

4.3.4.1 Respuestas representativas del ítems 9


(9). En una tienda de ofertas vemos que, después de hacerle un descuento del 15%, el precio final de un reloj digital es $260. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

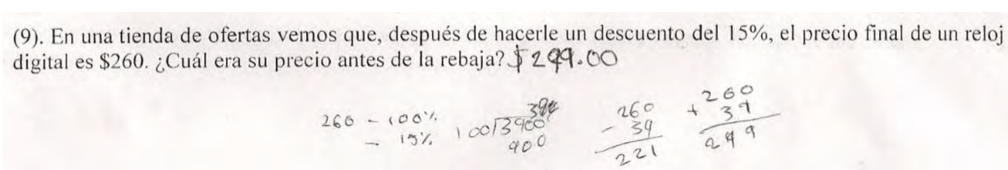
260 x 0.15 = 39   15/100 = 0.15   260 − 39

Puede observarse que éste alumno si emplea a la fracción como cociente y como operador, de hecho tiene una idea clara del algoritmo para calcular porcentajes. Pero no obtuvo el resultado correcto.


(9). En una tienda de ofertas vemos que, después de hacerle un descuento del 15%, el precio final de un reloj digital es $260. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

260 x 0.15 = 39   15/100 = 0.15   260 − 39 = 221

Este alumno no comprendió bien el problema en cuestión ya que supone que solo es calcular el el 15% de 260.


(9). En una tienda de ofertas vemos que, después de hacerle un descuento del 15%, el precio final de un reloj digital es $260. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja? $299.00

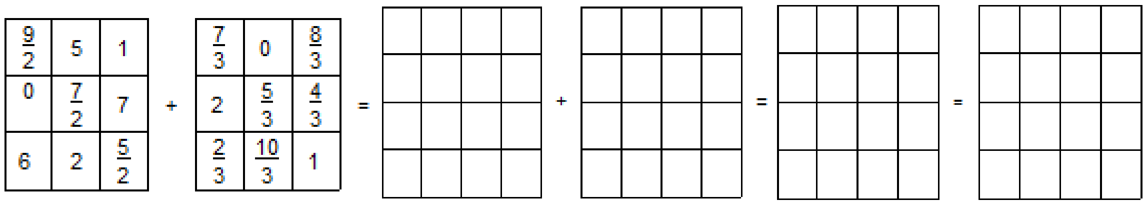
260 – 100%   – 15%   260 − 39 = 221   260 + 39 = 299

A este estudiante al igual que al anterior solo calculo el porcentaje a la cantidad final.

4.4 La fracción como parte-todo

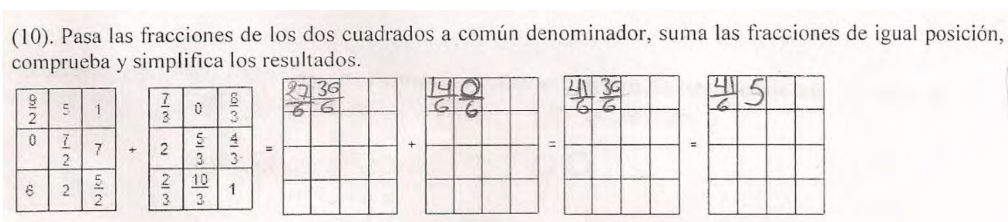
4.4.1 Análisis del ítem 10

(10). Pasa las fracciones de los dos cuadrados a común denominador, suma las fracciones de igual posición, comprueba y simplifica los resultados.

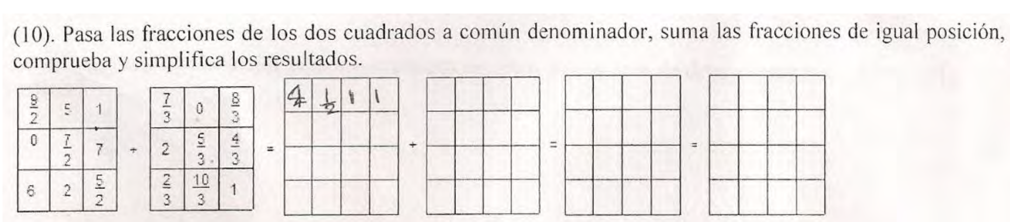


Para éste ítem se espera que el estudiante aplique a las fracciones como relación parte todo y como operador, además que pueda sumar y simplificar las fracciones, así como poder comprobar sus resultados.

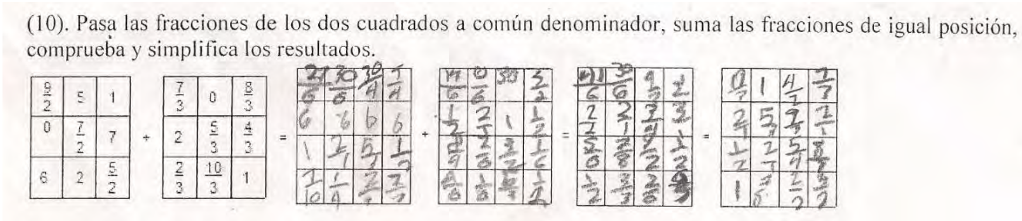
4.4.1.1 Respuestas representativas del ítems 10



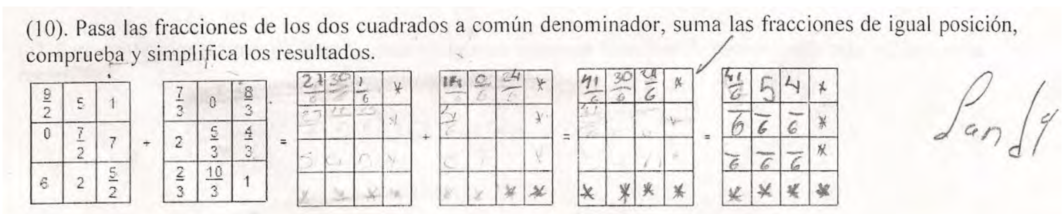
Se puede observar que el alumno no comprendió bien el problema en cuestión. Por lo que no obtuvo el resultado esperado. Esto da evidencia que no entendió bien a la fracción como relación parte-todo.



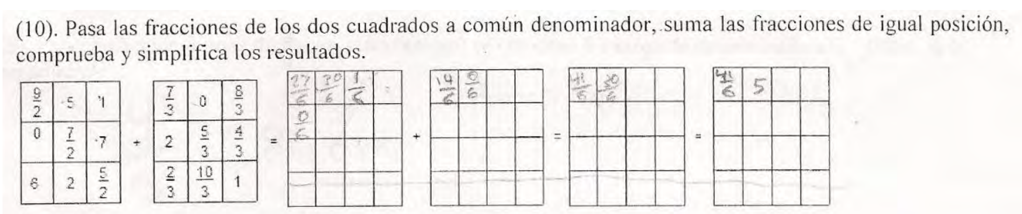
Este alumno no comprendió bien el problema en cuestión.



Se observa que este estudiante lleno las casillas correspondientes poro no hay evidencia de cuál fue el método empleado, lo que se puede observar que el llenado fue al azar porque no cumple con las especificaciones del problema. Se puede observar que no convierte las fracciones equivalentes. Por conclusión este estudiante no comprendió bien a la fracción como parte-todo.



Se observa que éste estudiante tiene nociones de la equivalencia de fracciones y comprende de manera muy limitada a las fracciones como relación parte-todo, de igual manera puede notarse que no domina bien la suma de fracciones.



Se observa que este alumno inicio correctamente con el trabajo, pero no concluyo. Un factor muy importante para no concluir podrá ser el tiempo determinado para este ítem o que posiblemente no domine bien la suma con fracciones.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Introducción

En este trabajo de investigación hemos presentado una investigación exploratoria sobre cómo los estudiantes de nivel bachillerato aprenden y resuelven problemas relacionados con fracciones empleando las cuatro interpretaciones de las fracciones que son: ***la relación parte-todo, las fracciones como*** *cociente*, ***la fracción como razón y la fracción como operador***.

En este apartado se describen las conclusiones en relación a los objetivos de investigación y presentando las aportaciones de la misma, así como los resultados obtenidos en el instrumento de evaluación. Finalmente se presentan reflexiones sobre las implicaciones del trabajo que tiene para la enseñanza de las fracciones en el nivel bachillerato.

5.2 Conclusiones respecto a los objetivos.

Primer objetivo planteado

1. **Despertar en los estudiantes el gusto por las fracciones implementando una estrategia didáctica para su enseñanza.**

En cuanto a la estrategia didáctica, de acuerdo con los resultados obtenidos se puede decir que el 41% de los estudiantes de primer semestre de bachillerato tuvieron interés en la forma en cómo se les enseño las fracciones y por tanto mostraron un gusto por aprender. Por otro lado podemos afirmar que el 59% no mostro interés en la forma en cómo se les enseño las fracciones, podríamos considerar por lo que se observó en cada sesión, que tuvieron dificultad en el momento de realizar las actividades planeadas, esto origino que estuvieran un tanto angustiados, y por tanto, no mostraban deseos por participar y realizar algunas de las actividades programadas, aunque dejo en claro que si tenían ganas por aprender pero durante el proceso mostraban desinterés. Este hecho origino que al momento de aplicar el instrumento de evaluación, algunos estudiantes mostraron muy poco interés por aprender las fracciones y por tanto poder resolver problemas cotidianos que implicaban este mismo.

Segundo objetivo planteado

2. **Buscar un aprendizaje significativo de las fracciones al planear una secuencia didáctica que pueda despertar el interés de los estudiantes.**

Podemos mencionar que la secuencia didáctica fue planeada pensando en las características de los alumnos, tomando en cuenta problemas que sean planteados de acuerdo a su entorno sociocultural y problemas y ejemplos lo más reales y sencillos posibles. Los materiales que se emplearon en la secuencia didáctica fueron muy prácticos y sencillos, así como materiales fáciles de conseguir. En las sesiones implementadas los estudiantes mostraron muy poco interés en aquellas actividades que no mostraba mucho trabajo de razonamiento, pude observar que no les llama mucho la atención tener que razonar un problema, es decir, no mostraron interés por resolver problemas un tanto difíciles por mencionar algo.

Tercer objetivo planteado

3. **Planear una secuencia didáctica en el que se enseñe a las fracciones desde cuatro interpretaciones: *La relación parte-todo, las fracciones como cociente, la fracción como razón y la fracción como operador*.**

La secuencia didáctica como dije anteriormente se elabora tomando en cuenta las características de los estudiantes, recalco este hecho, ya que los estudiantes con los cuales se elaboró este trabajo de investigación, son de una cultura maya, por consiguiente, se implementaron actividades que no fueran tan irreales para ellos, además menciono, que el instrumento de evaluación fue piloteado antes de tomar

los resultados finales, por lo que se descartó ciertos ítems no favorables para el trabajo.
Menciono que la secuencia didáctica se basó en la forma de enseñanza de las fracciones según lo recomienda **Salvador Llinares**, es decir, la secuencia se elabora tomando las 4 interpretaciones de las fracciones para su uso, de tal manera que los estudiantes tengan más oportunidades de manejar las fracciones en su búsqueda por resolver problemas. La secuencia didáctica fue presentada a los estudiantes de manera que observe que en su mayoría no estaban preparados para trabajar con ciertas actividades presentadas, mostraron en su mayoría un desinterés por participar y realizar las mismas, esto implica un porcentaje menor en cuanto a los alumnos interesados por aprender en relación con los que no mostraron tanto interés por aprender.

5.3 Descripción del instrumento de evaluación.

El instrumento de evaluación fue realizado con la finalidad de evaluar el grado de aprendizaje de los estudiantes en torno a las fracciones, que fueron enseñados mediante una secuencia didáctica que propone la enseñanza de las fracciones desde cuatro interpretaciones.
El instrumento cuenta con 10 ítems seccionado en cuatro partes, que evalúa una interpretación diferente según fue planteado en la secuencia didáctica, estas divisiones, quedaron de la siguiente forma:

a) Los tres primeros ítems buscan evaluar si los estudiantes son capases de ver a las fracciones como operador (Salvador Llinares), y por tanto una oportunidad de emplear a las fracciones en la resolución de problemas, de tal forma que tengamos evidencia si los estudiantes fueron capaces de aprender las fracciones en esa interpretación.
b) En relación a los ítems 4 y 5, evalúan si los estudiantes son capaces de utilizar a las fracciones como cociente, de tal manera que puedan emplear a las fracciones como herramienta para resolver problemas cotidianos, de esa forma tener evidencia si se aprendió.

c) Los ítems 6, 7, 8 y 9 buscan evaluar si los estudiantes son capaces de emplear a las fracciones como razón, y en esta interpretación se elaboraron ítems que busque evaluar fracciones implicados en porcentajes y probabilidad, de tal forma que se pueda emplear a las fracciones como razón para la resolución de problemas y así conocer si los estudiantes tuvieron un aprendizaje realmente significativo.
d) En el último ítem, se busca evaluar si los estudiantes son capaces de ver a las fracciones como relación parte-todo, de tal forma que se tenga otra herramienta en la aplicación de las fracciones para resolver problemas, de tal manera tener evidencia si los estudiantes lograron aprender las fracciones con esta interpretación.

5.4 Tablas que muestran la recolección y el análisis de los resultados de los ítems.

En esta tabla se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes en cada ítem, mediante una calificación cualitativa, en el cual se mide comprensión nula (CN), comprensión regular (CR) y comprensión buena (CB).

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
E1	CN	CN	CR	CB	CR	CN	CN	CB	CB	CR
E2	CN	CR	CB	CB	CB	CN	CN	CB	CR	CN
E3	CB	CB	CB	CB	CN	CR	CR	CB	CB	CN
E4	CB	CB	CB	CB	CB	CB	CN	CB	CR	CB
E5	CB	CB	CB	CB	CB	CN	CR	CB	CB	CN
E6	CR	CR	CB	CB	CB	CR	CR	CB	CR	CR
E7	CR	CR	CN	CB	CB	CB	CR	CB	CR	CN
E8	CR	CR	CB	CN	CB	CR	CN	CB	CB	CR
E9	CR	CR	CB	CB	CR	CN	CR	CN	CR	CN
E10	CB	CB	CB	CB	CB	CR	CR	CB	CB	CN

E11	CR	CR	CB	CB	CN	CN	CR	CB	CR	CR
E12	CB	CB	CB	CB	CR	CR	CR	CR	CN	CR
E13	CR	CN	CN	CN	CN	CR	CN	CR	CN	CN
E14	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CR	CR	CR	CN
E15	CB	CR	CB	CB	CR	CN	CR	CN	CR	CN
E16	CR	CR	CB	CB	CB	CR	CR	CB	CB	CR
E17	CR	CR	CB	CB	CB	CR	CR	CR	CR	CR
E18	CB	CB	CB	CB	CN	CN	CR	CB	CR	CR
E19	CR	CR	CB	CB	CB	CN	CN	CR	CN	CN
E20	CB	CB	CB	CB	CB	CB	CR	CB	CB	CB
E21	CB	CR	CB	CB	CR	CB	CR	CB	CB	CR
E22	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CN
E23	CR	CR	CB	CB	CB	CB	CR	CB	CB	CR
E24	CB	CR	CB	CR	CN	CR	CR	CB	CR	CR
E25	CB	CB	CR	CB	CB	CR	CR	CB	CB	CN
E26	CR	CR	CR	CB	CR	CN	CN	CR	CR	CN
E27	CR	CR	CR	CR	CR	CN	CN	CR	CR	CR
E28	CB	CR	CB	CB	CB	CB	CR	CB	CB	CR
E29	CR	CR	CB	CB	CR	CB	CR	CB	CB	CR
E30	CR	CR	CB	CB	CB	CR	CR	CR	CR	CN
E31	CR	CR	CR	CB	CR	CR	CR	CR	CR	CR
E32	CB	CB	CR	CB	CB	CR	CN	CR	CR	CN
E33	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CB	CB	CN
E34	CR	CR	CB	CR	CR	CR	CN	CR	CR	CN
E35	CB	CB	CB	CB	CB	CB	CR	CB	CR	CB
E36	CB	CB	CB	CB	CB	CR	CR	CB	CB	CR
E37	CR	CB	CB	CB	CR	CB	CR	CR	CR	CR
E38	CR	CR	CR	CB	CB	CB	CR	CR	CR	CN

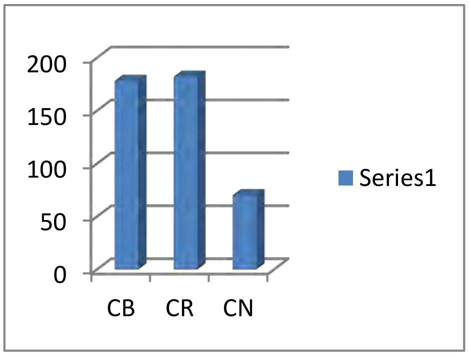
E39	CB	CB	CR	CB	CB	CR	CR	CR	CN	CN
E40	CR	CR	CR	CB	CB	CN	CN	CR	CB	CN
E41	CR	CB	CB	CB	CR	CB	CN	CB	CB	CR
E42	CR	CB	CB	CB	CB	CN	CN	CB	CB	CR
E43	CB	CB	CB	CB	CB	CB	CR	CB	CB	CR

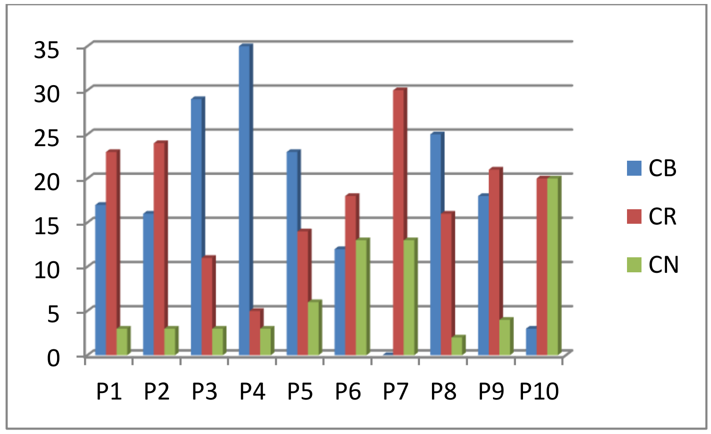
Tabla que muestra las frecuencias de las diferentes escalas de comprensión por cada ítem.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	TOTAL
CB	17	16	29	35	23	12	0	25	18	3	178
CR	23	24	11	5	14	18	30	16	21	20	182
CN	3	3	3	3	6	13	13	2	4	20	70
TOTAL	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	430

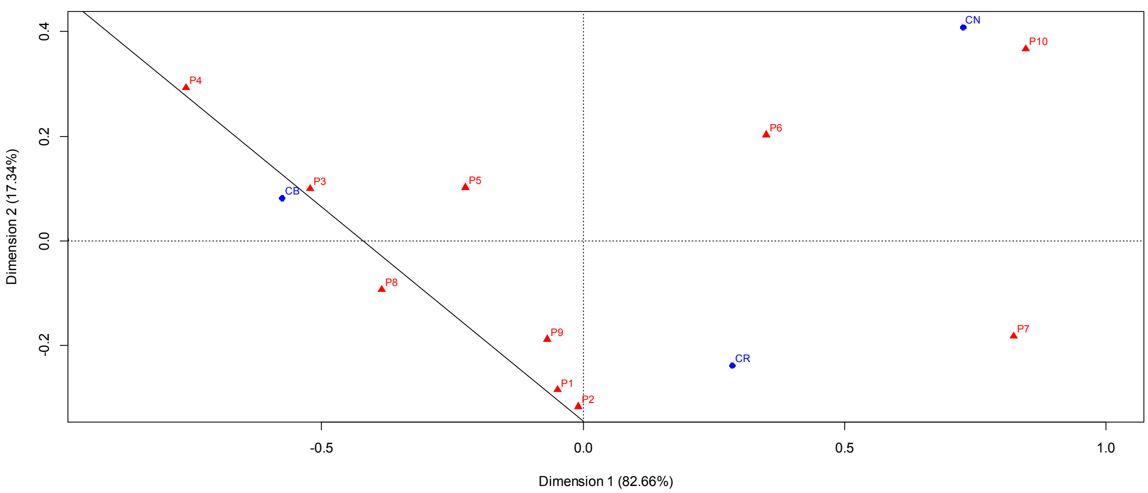
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
CB	0.395	0.372	0.674	0.813	0.534	0.279	0.000	0.581	0.418	0.069
CR	0.534	0.558	0.255	0.116	0.325	0.418	0.697	0.372	0.488	0.465
CN	0.069	0.069	0.069	0.069	0.139	0.302	0.302	0.046	0.093	0.465

Gráficas que muestran los resultados de la tabla anterior.





Resultados de un Análisis de Correspondencias



5.5 Descripción de los resultados.

Interpretación 1: La fracción como operador

Las evidencias tomadas del instrumento de evaluación relacionado con los ítems 1, 2, y 3, nos indican que el 35% de los estudiantes mostraron una buena comprensión de las fracciones baja la interpretación como operador, mientras que el 65% de los estudiantes muestran una no buena comprensión en el aprendizaje de las fracciones bajo la interpretación como operador.

Interpretación 2. La fracción como cociente

Las evidencias tomadas del instrumento de evaluación relacionado con los ítems 4 y 5, nos indican que el 33% de los estudiantes mostraron una buena comprensión de las fracciones como cociente, en contraste con el 67% que mostraron una no buena comprensión en el aprendizaje.

Interpretación 3. La fracción como razón

Las evidencias tomadas del instrumento relacionado con los ítems 6, 7, 8 y 9, nos proporcionan información sobre el 31% de los estudiantes que mostraron una buena comprensión de las fracciones como razón, en consecuencia el 69% de los estudiantes mostraron una no buena comprensión.

Interpretación 4. La fracción como relación parte-todo

Las evidencias mostradas en el ítem 10 revelan que el 6.9% mostraron una buena comprensión de las fracciones como relación parte-todo, mientras que el 93.1% mostraron una no buena comprensión (Como también puede observarse del Análisis de Correspondencias).

En general puede argumentarse que de los 43 estudiantes evaluados, el 41% muestran una buena comprensión en el aprendizaje de las fracciones en sus cuatro interpretaciones, mientras que el 59% muestran una no buena comprensión. Esto quiere decir que cerca de la mitad de los estudiantes con los cuales se realizó el trabajo aprendieron las fracciones y por tanto pueden resolver problemas que los involucren.

5.6. Implicaciones para la enseñanza

El análisis realizado deja ver la complejidad de la enseñanza de las fracciones en el Colegio de Bachilleres Plantel Sabán mediante la aplicación de una secuencia didáctica y el instrumento de evaluación, tanto en lo que respecta a las fracciones en sus cuatro interpretaciones como en la resolución de problemas. Esto nos muestra que realmente la enseñanza de las fracciones resulta más complejo de lo que puede ser en realidad.

Una consecuencia es que el diseño de la enseñanza y la evaluación del aprendizaje debe tener en cuenta resultados como estos, de tal forma que permita a otros profesores diseñar actividades de enseñanza que admitan conjugar lo expuesto en este trabajo con alguna otra estrategia que mejor se adapte a las características de los alumnos. De tal manera que pueda desarrollar el razonamiento matemático en los estudiantes de bachillerato en torno a las fracciones, ya que no podemos esperar que enseñando, por ejemplo, a los alumnos a resolver problemas puedan comprender por sí mismos sus aplicaciones o adquieran la competencia suficiente para usar correctamente las fracciones o emplearlos adecuadamente en situaciones problemáticas sencillas.

Además, consideramos pertinente el uso de la tecnología para la enseñanza de las fracciones. Ya que esta herramienta nos permite automatizar los cálculos hasta donde sea posible y así propiciar una enseñanza más en el sentido práctico, más que darle un mero enfoque matemático. Esto sin perder de vista que el objetivo final es el verdadero aprendizaje de las fracciones en todas las interpretaciones posibles o de una forma más completa si es el caso.

Por lo que a la hora de abordar la enseñanza de las fracciones, se debería analizar detenidamente cuáles son las debilidades que tienen los estudiantes en el tema y hacer más énfasis desde la propuesta de enseñanza planteada a fin de mejorar el nivel y la comprensión de las interpretaciones mencionadas, así como el de lograr despertar en los estudiantes el interés por estudiarlas.

Por último, proponemos se diseñen propuestas de intervención a partir de esta y otras investigaciones, que permitan potenciar el desarrollo de la enseñanza de las fracciones en todas sus interpretaciones posibles en estudiantes del colegio de bachilleres del estado de Quintana Roo.

BIBLIOGRAFÍA

Alsina y Canals, (2000). *Razonamiento lógico Matemático* [En línea]. Disponible Noviembre 18, 2010: http://www.buenastareas.com/ensayos/Razonamiento-Logico-Matematico/732102.html.

Bruner, J. y Olson D. (1973). *Aprendizaje por experiencia directa y por experiencia mediatizada*. Perspectivas, Vol III, núm. 1, Madrid, UNESCO.

Camacho Machin, M., Flores Martínez, P., Bolea Catalán, P. (2007). Investigación en Educación Matemática. Caja Canarias, España.

Competencias a adquirir por los estudiantes de Medicina durante el pregrado en la Facultad de Medicina de la Universidad de Barcelona (2002). GRUPO DE INNOVACIÓN Y EXCELENCIA DE LA UNIVERSIDAD DE BARCELONA, Facultad de Medicina, Universidad de Barcelona, diciembre.

Contribución de la enseñanza de conceptos al razonamiento matemático [En línea] Disponible diciembre 4, 2010: http://www.monografias.com/trabajos76/contribucion-ensenanza-conceptos-razonamientos-matematicos/contribucion-ensenanza-conceptos-razonamientos-matematicos2.shtml.

Dienes, Z. P. (1970). *La construcción de las Matemáticas.* Barcelona: Vicens Vives.

El impacto de las Matemáticas en nuestra cultura [En línea]. Disponible Diciembre 17, 2010: http://nonio.mat.uc.pt/PENSAS_EN02/enciclanayahtm/06matycult.htm.

EURIDYCE (2002). *Las competencias clave. Un concepto en expansión dentro de la educación general obligatoria, p. 12, p. 17.*

Evaluación de la calidad de la Educación [En línea]. Disponible Noviembre 7, 2010: http://portal.unesco.org/geography/es/ev.php-l_id=7732&url_do=do_topic&url_section=201.html.

Experiencias en educación matemática [En línea]. Disponible Febrero, 9, 2011: http://frangargil.blogspot.com/2008/10/materiales-manipulables-y-educacin.html.

Freudental, H. (2001). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. México: Cinvestav I. P. N.

Gairin, J. (1998): *Sistemas de Representación de números racionales positivos.* Un estudio con Maestros en Formación. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Zaragoza.

De León H., Fuenlabrada I.(1996). *Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto.* Revista Mexicana de Investigación Educativa, Volumen 1, Núm 2, pp. 268-282.

Idel Vexler, (2009). *La cultura Matemática* [En línea]. Disponible Diciembre 20, 2010: http://www.larepublica.pe/notas-de-un-educador/18/07/2009/la-cultura-matematica.

Kieren, T.E. (1980): *The rational number construct-its elements and mechanisms.* Columbus, Ohio ERIC/SMEAC.

Llinares, S. y Sánchez M. V. (1998). *Fracciones*. Madrid: Editorial Síntesis, S. A.

Perfiles Educativos, Volumen 28, Número 111. "*El enfoque de competencias en la educación.* ¿Una alternativa o un disfraz de cambio?". Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación, UNAM. México, Enero 2006.

Perrenaud, P. (1999), *Construir competencias desde la escuela*, Santiago, Dolmen.

Píndaro Ávila Sánchez, (2010). *Un espacio para docentes*. Diario 21, Periódico plural del estado de Guerrero [En línea]. Disponible Octubre 25, 2010: http://www.diario21.com/?module=displaystory&story_id=63409&format=html.

Rey, B. (1999), "*Las competencias transversales en cuestión*" [En línea].Disponible abril, 20, 2011: www.philosophia.cl/biblioteca/rey/competencias.

Rico Romero, L. y Lupiáñez Gómez, J. L. (2008). *Competencias Matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza editorial.

Roe, R. (2003), "¿Qué hace competente a un psicólogo?", en *Papeles del Psicólogo, Revista del Colegio Oficial de Psicólogos,* núm. 83, diciembre.

Secuencias Didácticas [En línea]. Disponible Diciembre, 4, 2010: http://es.scribd.com/doc/39735755/SECUENCIAS-DIDACTICAS.

Skemp R., (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* [En línea]. Disponible octubre 13, 2010: http://books.google.com.mx/books?id=NuXPqTNXAYMC&pg=PA195&dq=fracciones&hl=es&ei=fb7UTNO6OZLCsAONsfmNCw&sa=X&oi=book_result&ct=book-thumbnail&resnum=1&ved=0CCgQ6wEwADh4#v=onepage&q=fracciones&f=false.

Vasco, C. (1988): *"El archipiélago fraccionario"*. Un Nuevo Enfoque para la Didáctica de las Matemáticas, Vol 2. Ministerio de Educación Nacional, Bogotá.

Zuppa C., (2006). *La matemática en nuestra cultura y la tecnología*. Revista Digital de Divulgación Matemática. Cordoba, Argentina.

ANEXOS

A) Evaluación de la secuencia didáctica

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE QUINTANA ROO
PLANTEL SABAN

CUESTIONARIO PARA EVALUAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE EL EMPLEO DE FRACCIONES

ALUMNO(A): ____

SEMESTRE: __________ GRUPO: __________ FECHA: ____________________

I. INSTRUCCIONES: El propósito de este cuestionario es conocer cómo utilizas las fracciones en la resolución de problemas de la vida diaria. Las preguntas requieren que leas y pienses cuidadosamente acerca de las situaciones que se te presentan.

(1). Hoy proyectan una película en la biblioteca del plantel para los alumnos del colegio de bachilleres de “Sabán” Como el lugar es pequeño, se decide que hoy sólo podrán ir las tres cuartas partes de cada uno de los cinco grupos que hay. En todos los grupos hay 32 alumnos, excepto en el 5-B, que hay 28.

a. ¿Cuántos alumnos irán del 5-A?
b. ¿cuál es la cabida de la sala de proyecciones?
c. ¿Cuántos alumnos no verán la película en este día?

(2). En un Cd virgen, de 60 minutos de duración he grabado todas las canciones de un disco que me han prestado, ocupando los 3/5 de la cara A y los 4/6 de la B.

a. ¿Cuántos minutos ocupó de cada cara?
b. ¿Cuál era la duración del disco?
c. ¿Cuánto tiempo me queda para grabar?

(3). Un padre decide repartir 2, 100, 000 entre sus tres hijos. Al mayor decide darle las 2/5 partes; al siguiente los 3/7, y al menor el resto.

a. ¿Qué cantidad se llevó cada uno?
b. ¿Qué fracción del total le correspondió al menor?

(4). Se ha partido una regla de 30 cm en tres trozos de longitudes 10cm, 18cm y 2cm. ¿Qué fracciones representan?

(5). Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán?

(6). En un libro de cocina se pueden leer las siguientes cantidades para una receta:
Pollo al mojo de ajo (6 personas):
- 1 pollo tierno de 1, 600 gr.
- 8 cucharadas de aceite.
- 4 dientes de ajo.
- sal al gusto.

Si sólo queremos cocinar para 4 personas, ¿cuáles serán las cantidades de cada ingrediente que debes poner?
¿Y si cocináramos para 8 personas?

(7). En un cóctel, por cada litro hay 650 cm^3 de jugo de naranja, 200 cm^3 de jugo de piña y 150 cm^3 de granadina.
a. Expresa como fracción la cantidad de cada uno de los componentes.
b. Para cierta cantidad de cóctel se han empleado 325 cm^3 de jugo de piña. ¿Qué cantidad era ésta?
c. ¿Qué cantidad de jugo de naranja llevará este último cóctel?

325 cm^2 = 2 cm^3 de zumo $\frac{3}{65}$ $\frac{3}{20}$ $\frac{3}{150}$
200

(8). Juan ha visitado una tienda de informática y le han dado como precio de una computadora portátil con Windows 7 Premium, Pentium Dual Core a 800 MHz, en $12, 000 más el I.V.A. (16%). ¿Cuánto le costaría en total el ordenador?

(9). En una tienda de ofertas vemos que, después de hacerle un descuento del 15%, el precio final de un reloj digital es $260. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

(10). Pasa las fracciones de los dos cuadrados a común denominador, suma las fracciones de igual posición, comprueba y simplifica los resultados.

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline \frac{9}{2} & 5 & 1 \\ \hline 0 & \frac{7}{2} & 7 \\ \hline 6 & 2 & \frac{5}{2} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline \frac{7}{3} & 0 & \frac{8}{3} \\ \hline 2 & \frac{5}{3} & \frac{4}{3} \\ \hline \frac{2}{3} & \frac{10}{3} & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hline \end{array}$$

B) Evaluación diagnostica.

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE QUINTANA ROO

PLANTEL SABÁN “VICENTE GUERRERO”

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

NOMBRE: ________________________SEMESTRE: __________GRUPO: _____

FACILITADOR: ____

INSTRUCCIONES: Responde a las siguientes cuestiones.

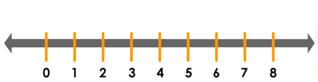
1. ¿Cuál es el otro segmento de 3/5 de un segmento de 15 cm?

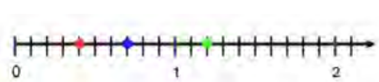
a) 12 cm b) 25 cm c) 4.5 cm d) 9 cm

2. ¿Qué es más fácil obtener: el 12% de 50 o el 50% de 12:

3. Debes repartir 23 plumas entre 6 personas, incluido tú. ¿Cómo harías el reparto?

4. Representar $\frac{3}{5}$, en las siguientes rectas numéricas.





5. Un coche “a” recorre un trayecto de 3 km en 5 min. Un coche “b” recorre un trayecto de 4 km en 6 min. ¿Qué coche lleva una velocidad mayor?

6. Un grupo escolar está formado por 40 estudiantes de los cuales $3/5$ son niños. ¿Cuántos son niños?, ¿cuántos niñas?

7. “En una caja hay tres bolas negras y dos blancas. Sacamos aleatoriamente una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra?