



UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO

División de Ciencias e Ingeniería

**ESTRATEGIAS PARA LA COMPRENSIÓN DE
LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DE
DISPERSIÓN**

Tesis

para obtener el grado de

Maestro en Enseñanza de las Matemáticas

PRESENTA

José Marcelino Serrano Carrillo

Director de Tesis

Dr. Victor Hugo de Jesús Soberanis Cruz

Codirector de Tesis

Dr. Sergio Pérez Elizalde

Asesores

**M.C. Jaime D. Cuevas Dominguez
M. C. Victor F. Miranda Soberanis
M.T.I. Melissa Blanqueto Estrada**



Chetumal, Quintana Roo, México, Agosto de 2012.

065006



UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO

División de Ciencias e Ingeniería

Trabajo de Tesis elaborado bajo supervisión del Comité de Asesoría y aprobada como requisito parcial para obtener el grado de:

Maestro en Enseñanza de las Matemáticas

Comité de Tesis

Dr. Victor Hugo de Jesús Soberanis Cruz
Director de Tesis

Dr. Sergio Pérez Elizalde
Codirector de Tesis

M.C. Jaime D. Cuevas Dominguez
Asesor

M.C. Victor F. Miranda Soberanis
Asesor

M. T. I. Melissa Blanqueto Estrada
Asesor



Chetumal, Quintana Roo, México, Agosto de 2012.

Agradecimientos

El estudio de esta maestría no hubiera sido posibles sin el apoyo de las autoridades del **Colegio de Bachilleres del Estado de Quintana Roo** y de mi centro de trabajo, Plantel **Chetumal Uno**, por lo que doy mi mayor agradecimiento por el apoyo brindado.

Así mismo agradezco a mis compañeros de la primera generación de la maestría con los cuales compartí la elaboración de tareas, las malas noches que pasamos, todas estas fueron experiencias gratas e inolvidables.

También les doy un especial agradecimiento al cuerpo docente de la **Universidad de Quintana Roo** y de la **Universidad Autónoma de Sinaloa**, cuyo talento, conocimientos y capacidad de trabajo son un ejemplo.

Chetumal, Quintana Roo, México, Agosto de 2012.

Dedicatorias

A mi esposa NATIVIDAD, por ese apoyo y motivación que han sido uno de los pilares de este logro, por el ánimo, el deseo y las ganas de salir adelante junto a mí, por el amor que me ha brindado y el esfuerzo que ha realizado, luchando siempre a mi lado, GRACIAS amor, te amo.

Y por supuesto a mis hijos Helio, Cinthya y Pablo.

Por que han sido parte fundamental en mi vida y me han dado grandes alegrías.

CONTENIDO

Introducción	1
CAPÍTULO 1. PRELIMINARES	3
1.1. Planteamiento del problema y antecedentes.....	3
1.2. Justificación.....	4
1.3. Objetivo general.....	5
1.4. Objetivos específicos.....	5
1.5. Preguntas de investigación.....	6
1.6. Estudios empíricos sobre medidas de tendencia central.....	6
CAPÍTULO 2. MARCO CONCEPTUAL	8
2.1. Introducción.....	8
2.2. Cultura Estadística.....	8
2.3. Razonamiento Estadístico.....	11
2.4. Pensamiento Estadístico.....	12
2.5. Marco Referencial.....	15
2.5.1. Significado de la Media Aritmética.....	15
2.6. Investigación sobre la dificultad en el aprendizaje de las medidas de tendencia central y de dispersión.....	18
2.7. Marco de Análisis.....	21
2.7.1. Modelo Taxonómico Solo.....	21
2.7.2. Modelo de Curcio para comprensión de las gráficas.....	23
2.7.3. Método de los cuatro pasos de Polya.....	24
CAPÍTULO 3. PROPUESTA DIDÁCTICA	27
3.1. Método de Trabajo.....	27
3.2. Resultados esperados de aprendizaje en los estudiantes.....	27
CAPÍTULO 4. EXPERIENCIA PILOTO Y RESULTADOS	29
4.1. Introducción.....	29

4.2. Fase 1. Diagnóstico.....	29
4.2.1. Participantes.....	29
4.2.2. Instrumento.....	29
4.3. Fase 2. Planeación.....	30
4.4. Fase 3. Implementación.....	30
CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	32
5.1. Resultados.....	32
5.2. Lección Uno.....	34
5.3. Conclusiones.....	40
Bibliografía y Referencias.....	41
Anexo A. Examen aplicado a los alumnos.....	44
Anexo B. Examen resuelto por uno de los alumnos.....	56
Anexo C. Fotos.....	65
Foto 1. Gráfica 1 del histograma y diagrama de caja.....	65
Foto 2. Gráfica 2 del histograma y diagrama de caja.....	66
Foto 3. Medición de la altura de los estudiantes 1.....	67
Foto 4. Medición de la altura de los estudiantes 2.....	68
Foto 5. Medición del peso de los alumnos 1.....	69
Foto 6. Recopilación de los datos de altura y peso de los alumnos.....	70
Foto 7. Medición del peso de los alumnos 2.....	71

RESUMEN

En el presente documento se plasman los resultados de la implementación de una propuesta didáctica para el estudio las medidas de tendencia central y de dispersión, tema de Probabilidad y Estadística I, del Plan de estudio de Educación Media Superior. La propuesta se diseñó e implementó en base al nuevo programa oficial producto de la “Reforma Integral de la Educación Media Superior” (RIEMS). Este nuevo programa generó la necesidad de contar con propuestas didácticas relacionadas con las nuevas demandas, de una educación por competencias. En el capítulo 1 se presenta la justificación de la propuesta y los objetivos generales.

En el Capítulo 2 se presenta el Marco Conceptual, donde se privilegia la corriente didáctica de construir el conocimiento matemático en base a resolución de problemas, así mismo se presentan los modelos y métodos actuales que se aplican en la enseñanza aprendizaje.

En el capítulo 3 se presenta el método de trabajo y los resultados esperados de aprendizaje en los estudiantes.

En el capítulo 4 se presenta la aplicación de las pruebas, incluyendo el diagnóstico, los participantes y el instrumento con la planeación e implementación.

En el capítulo 5 se presentan los resultados y conclusiones, donde se evidencian los resultados obtenidos en los alumnos, así como los logros académicos de enseñanza aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

La palabra "estadística" procede del latín *statisticum collegium* ("consejo de Estado") y de su derivado italiano *statista* ("hombre de Estado" o "político"). El término alemán *Statistik*, que fue primeramente introducido por Gottfried Achenwall (1749), designaba originalmente el análisis de datos del Estado, es decir, "la ciencia del Estado" (también llamada "aritmética política" de su traducción directa del inglés). No fue hasta el siglo XIX cuando el término estadística adquirió el significado de recolectar y clasificar datos. Este concepto fue introducido por el inglés John Sinclair.

En su origen, por tanto, la estadística estuvo asociada a datos a ser utilizados por el gobierno y cuerpos administrativos (a menudo centralizados). La colección de datos acerca de estados y localidades continúa ampliamente a través de los servicios de estadística nacional e internacional. En particular, los censos suministran información regular acerca de la población.

Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personas, animales o ciertas cosas. Hacia el año 3000 a. C. los babilónicos usaban ya pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos en tablas sobre la producción agrícola y de los géneros vendidos o cambiados mediante trueque. Los egipcios analizaban los datos de la población y la renta del país mucho antes de construir las pirámides en el siglo XI a. C. Los libros bíblicos de Números y Crónicas incluyen, en algunas partes, trabajos de estadística. El primero contiene dos censos de la población de Israel y el segundo describe el bienestar material de las diversas tribus judías. En China existían registros numéricos similares con anterioridad al año 2000 a. C. Los griegos clásicos realizaban censos cuya información se utilizaba hacia el 594 a. C. para cobrar impuestos.

Los métodos estadístico matemáticos emergieron desde la teoría de probabilidad, la cual data desde la correspondencia ciertamente entre Pierre de Fermat y Blaise Pascal

(1654). Christian Huygens (1657) da el primer tratamiento científico que se conoce a la materia. El *Ars Conjectandi* (póstumo, 1713) de Jakob Bernoulli y la *Doctrina de Posibilidades* (1718) de Abraham de Moivre estudiaron la materia como una rama de las matemáticas.[1] En la era moderna, el trabajo de Kolmogorov ha sido un pilar en la formulación del modelo fundamental de la Teoría de Probabilidades, el cual es usado a través de la estadística.

La palabra Estadística tiene dos significados algo diferentes. En el uso más familiar es cierto que la Estadística significa simplemente información numérica, ordenada en tablas o en gráficas. En este sentido decimos que el *Almanaque Mundial* contiene una gran cantidad de estadísticas útiles; pero más ampliamente, y más técnicamente, la Estadística es el nombre de la ciencia y del arte que trata de la inferencia incierta, la cual usa los números para obtener algún conocimiento acerca de la naturaleza y de la experiencia.

Hoy el uso de la estadística se ha extendido más allá de sus orígenes como un servicio al estado o al gobierno. Personas y organizaciones usan estadística para entender datos y tomar decisiones en ciencias naturales y sociales, medicina, negocios y otras áreas. La estadística es pensada generalmente no como un sub-área de las matemáticas sino como una ciencia diferente "aliada". Muchas universidades tienen departamentos en matemáticas y estadística separadamente. La estadística es enseñada en departamentos tan diversos como psicología, educación y salud pública.

CAPÍTULO 1

PRELIMINARES

1.1 Planteamiento del problema y antecedentes.

En este capítulo se expone el planteamiento del problema, el cual se relaciona con la comprensión del concepto de las Medidas de Tendencia Central y de Dispersión, en el nivel de Bachillerato, **dentro de un contexto de resolución de problemas, tomando en cuenta el desarrollo del pensamiento estadístico propuesto por Wild & Pfannkuch (1999)**. Posteriormente, se reportan algunas investigaciones que se han enfocado en el estudio del concepto de medidas de tendencia central, con el objetivo de tener una visión más amplia sobre la importancia de dicho concepto en la investigación.

En las últimas reformas curriculares para la educación se incluyen contenidos estadísticos en los planes de estudio; aunque en la realidad estos contenidos no se enseñan con la profundidad que merecen. En el mejor de los casos, la enseñanza de la estadística es un pretexto para aplicar otros temas matemáticos y ejercitar la capacidad de cálculo o representación gráfica, olvidando el trabajo con datos reales y los aspectos del razonamiento estadístico. **Por lo que las nuevas reformas en los currículos de matemáticas están enfocadas hacia el desarrollo de la cultura, razonamiento y pensamiento estadístico.**

De lo anterior, surge la motivación que nos llevó a realizar el presente trabajo basado en mis experiencias como profesor de estadística en el nivel bachillerato. Una de ellas, es el enfoque matemático que se le da a la enseñanza de la estadística, como uso de fórmulas, procedimientos y cálculos, así como el descuido del uso de datos reales y en la interpretación de los resultados obtenidos; por su parte, en cuanto a las tablas y

gráficas se le ha dado más importancia a las reglas para elaborarlas que a su interpretación.

1.2. Justificación.

La importancia del presente trabajo radica en caracterizar el razonamiento estadístico de los estudiantes de bachillerato, particularmente en las medidas de tendencia central y comprensión de gráficas, que son elementos cruciales para que toda persona pueda comprender información de tipo estadístico fuera del aula, además, de prepararlos para continuar en sus estudios de cursos posteriores de estadística.

En base a esto establezco como mi problema: los alumnos no saben interpretar tablas, graficas y obtener conclusiones de ellas. Y con ayuda de las estrategias a aplicar con los alumnos, estos deben lograr adquirir este conocimiento.

Diagnóstico: Durante esta fase delimitamos una problemática específica en nuestra aula para estudiarla de manera sistemática.

En lo particular, en este periodo elegí una problemática relacionada con la comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes de bachillerato. Para ello, nos dimos a la tarea de identificar, explorar y reconocer las nociones de nuestros alumnos sobre las medidas de tendencia central, a través de un cuestionario diagnóstico.

Planeación: Se diseñó y evaluó un plan estratégico cuyo propósito principal fue minimizar la problemática detectada en la fase anterior.

El plan estratégico consistió en el diseño y planificación de actividades que comprometieran a los estudiantes en la resolución de un problema real. Con estas actividades tratamos de enmarcar el uso de las medidas de tendencia central y de dispersión como una herramienta para resolver un problema real. Es decir, utilizar la estadística para resolver problemas reales y promover el desarrollo de un razonamiento estadístico.

Intervención: Con base en los resultados de la fase anterior, se realizó una intervención puntual y se evaluó la intervención en función del desempeño de los estudiantes.

Con el objetivo de llevar a cabo una mejor instrucción y evaluar la comprensión de los estudiantes sobre las medidas de tendencia central y de dispersión, se rediseñaron e implementaron las actividades de la fase de planeación.

1.3. Objetivo general

- Identificar y promover la comprensión de las medidas de tendencia central y de dispersión en estudiantes de bachillerato, dentro de un contexto de aprendizaje que promueva el desarrollo de un razonamiento estadístico.

Como profesores no debemos conformarnos con saber las dificultades que nuestros estudiantes tienen, nuestra práctica docente requiere de buscar formas para ayudar en su aprendizaje. Como señala Shaughnessy (1992): “los maestros son la clave para que los estudiantes puedan llegar a dominar la estadística” (p. 82). Pero, para lograrlo, además de prepararnos en la adquisición de conocimiento estadístico, necesitamos usar ese conocimiento en nuestra aula.

Así pues, el proyecto de desarrollo nos brindó la oportunidad de investigar en nuestras aulas para buscar estrategias que amplíen nuestros conocimientos y el de nuestros estudiantes. Por ello, el presente trabajo evalúa y promueve la comprensión de los estudiantes sobre las medidas de tendencia central y de dispersión, después de realizar actividades que fueron diseñadas para ampliar su aprendizaje en estadística.

1.4. Objetivos específicos:

- Identificar, explorar y reconocer las nociones básicas que muestran nuestros alumnos en la comprensión del concepto de las medidas de tendencia central y de dispersión.

- Diseñar actividades que promuevan el uso y la comprensión de las medidas de tendencia central y de dispersión a través de la resolución de problemas dentro de un contexto real y evaluar la eficacia de éstas.
- Rediseñar las actividades para realizar una intervención más puntual y evaluar la comprensión de los estudiantes sobre el significado y uso de las medidas de tendencia central y de dispersión.

1.5. Preguntas de investigación

Las preguntas de investigación que guiaron el presente trabajo están relacionadas con las tres fases en que este se desarrolló:

- ¿Cuáles son las nociones básicas que muestran los estudiantes de bachillerato sobre el concepto de las medidas de tendencia central?
- ¿En qué medida las actividades diseñadas para ayudar a los estudiantes a superar sus dificultades sobre la comprensión de las medidas de tendencia central y de dispersión fueron o no eficaces?
- ¿En qué medida los estudiantes desarrollaron una comprensión sobre el uso y significado de las medidas de tendencia central y de dispersión?

1.6. Estudios empíricos sobre medidas de tendencia central

Pollatsek, Lima y Well (1981) exploraron cómo razonan estudiantes universitarios frente a problemas de medias ponderadas; propusieron problemas como el siguiente:

Hay 10 personas en un elevador, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 50 Kg. y el peso promedio de los hombres de 70 Kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del elevador? (Pollatsek, et al p. 195)

Después de aplicar un test a 37 estudiantes de la carrera de psicología con una pregunta en la que se debía calcular una media ponderada y constatar que 23 de ellos fallaban en obtener la respuesta correcta, llevaron a cabo 17 entrevistas con estudiantes

universitarios voluntarios para entender su manera de pensar en problemas de media ponderada. Los autores observaron que más del 60% de los estudiantes fueron incapaces de calcular correctamente la media aritmética para estos problemas. Concluyen que el conocimiento de la media aritmética que la mayoría de los encuestados tiene se reduce sólo al cálculo de ‘sumar cantidades y dividir las entre el número de estas’, sin embargo, carecen de un conocimiento funcional, es decir, de una comprensión de la media aritmética como un concepto significativo en el mundo real. Respecto al procedimiento erróneo de hacer simplemente el promedio de 50 y 70 en el problema de arriba, Mevarech “para muchos estudiantes calcular una simple media no sólo fue la manera más fácil u obvia para atacar el problema sino que era el único método que tenían disponible” (p. 191).

- La investigación de Watson y Moritz (2000) buscó confirmar con entrevistas a profundidad los descubrimientos de Watson y Moritz (1999b) concerniente a: (a) la estructura asociada con la construcción de un concepto inicial de promedio, (b) el uso de ideas asociadas con la media, la mediana y la moda en diferentes contextos.
- **En su libro “El alfabetismo estadístico en la escuela” (Statistical Literacy at School), Watson (2006) dedica un capítulo a las medidas de tendencia central (Averages); en este trabajo Watson analiza las medidas de tendencia central, que ella llama ‘promedios’, desde cinco perspectivas: 1) El significado que los estudiantes dan a la palabra ‘promedio’, 2) El significado de promedio en contexto, 3) El promedio y los sesgos, 4) El promedio en la solución de problemas, 5) El promedio y la inferencia estadística.**

CAPÍTULO II

MARCO CONCEPTUAL

2.1. Introducción.

Como ya expuse en el capítulo anterior uno de los objetivos principales de la educación estadística actual es el desarrollo de la cultura, razonamiento y pensamiento estadístico de los estudiantes; así describiré en primer lugar como han ido evolucionando estos conceptos, hasta llegar a la definición actual. Seguidamente se comentara sobre trabajos realizados con respecto a las medidas de tendencia central y de dispersión y por último los métodos que me servirán para evaluar el trabajo realizado con los alumnos.

2.2. Cultura estadística

Según Holmes (2002), la enseñanza de la estadística y probabilidad fue ya introducida en 1961 en el currículo de Inglaterra en forma opcional para los estudiantes de 16 a 19 años que querían especializarse en matemáticas, con el fin de mostrar las aplicaciones de las matemáticas a una amplia variedad de materias. Holmes y su equipo, con el proyecto School Council Project (Holmes, 1980) mostraron que era posible iniciar la enseñanza ya desde la escuela primaria, justificándola por las razones siguientes:

- La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e

interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.

- Es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.
- Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.
- Ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos.

Estas recomendaciones han hecho que la estadística se incorpore cada vez más a los currículos. Por ejemplo, Terán (2002) analiza los contenidos de la Ley Federal de Educación en Argentina, que la incluye desde la Educación General Básica al Polimodal.

En los últimos años se ha venido forjando el término “statistics literacy” para reconocer el papel del conocimiento estadístico en la formación elemental. El hecho de que el Sexto Congreso Internacional sobre Enseñanza de la Estadística, celebrado en la Ciudad del Cabo en Julio del 2002, tuviese como lema “El desarrollo de una sociedad estadísticamente culta”, así como las dos ediciones (tercera en preparación) del Foro Internacional de Investigación sobre Razonamiento, Pensamiento y Cultura Estadística (1999, Kibbutz Be’eri, Israel, 2001, Armidale, Australia, 2003, USA) y las numerosas publicaciones y proyectos sobre el tema, son un claro indicador de esta relevancia (Moreno, 1998; Gal, 2002; Murray y Gal, 2002).

El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “estadísticos aficionados”, puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una *cultura estadística*,

“que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002, pp. 2-3).

El término, que ha ido surgiendo de forma espontánea entre los estadísticos y educadores estadísticos en los últimos años, quiere resaltar el hecho de que la estadística se considera hoy día como parte de la herencia cultural necesaria para el ciudadano educado. Como señala Ottaviani (1998):

“a nivel internacional la UNESCO implementa políticas de desarrollo económico y cultural para todas las naciones, que incluyen no sólo la alfabetización básica, sino la numérica. Por ello los estadísticos sienten la necesidad de difusión de la estadística, no sólo como una técnica para tratar los datos cuantitativos, sino como una cultura, en términos de capacidad de comprender la abstracción lógica que hace posible el estudio cuantitativo de los fenómenos colectivos” (p. 1).

Asimismo, los organismos oficiales de estadística se han concienciado de la necesidad de hacer llegar los estudios que realizan en forma comprensible a todos los ciudadanos y al mismo tiempo mejorar la imagen pública de la estadística. Además de poner el énfasis en la provisión de información y consejo para el gobierno y uso profesional y en investigación, las organizaciones estadísticas oficiales se interesan en proporcionar información a la sociedad, como un todo. Pero como indica Cox (1997) *“la valoración pública de los principios generales en la interpretación de la evidencia, falta en muchos aspectos de los artículos en la prensa y programas de radio y televisión”,... “La información, a veces sensacionalista de los resultados de pequeños estudios, frecuentemente mal diseñados, es especialmente preocupante” (p. 273).*

Por otra parte Garfield, DelMas y Chance (2003) han concluido con la siguiente definición:

La cultura estadística incluye las habilidades básicas e importantes que pueden ser utilizadas en comprender los resultados de la información o investigación estadística. Estas habilidades incluyen poder organizar datos, construir y presentar tablas, trabajar con diversas representaciones de datos. La cultura estadística también incluye una comprensión de conceptos, vocabulario y símbolos, e incluye una comprensión de probabilidad como una medida de incertidumbre.

Las definiciones dadas anteriormente muestran la evolución en el concepto de “cultura estadística”, en las cuales siempre esta presente al menos una de las siguientes características como el comprender el lenguaje estadístico, comprender la información estadística y la toma de decisiones.

2.3. Razonamiento estadístico

DelMas menciona que el razonamiento estadístico es la manera como las personas argumentas sobre las ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística. El razonamiento estadístico implica conectar un concepto con otro (por ejemplo, centro de la distribución y la variabilidad) o combinar ideas acerca de los datos y la probabilidad. Razonar estadísticamente significa entender y tener la capacidad de explicar los procesos estadísticos e interpretar completamente los resultados estadísticos.

Siguiendo las ideas de Wild y Pfannkuch (1999) se recomiendan estudios sobre el **desarrollo del razonamiento estadístico**, que comprende, de acuerdo con estos autores, cinco componentes fundamentales:

- **Reconocimiento de la necesidad de los datos:** la base de la investigación estadística es la hipótesis de que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada.

- **Transnumeración:** es la comprensión o insight que puede surgir sobre un problema al pasar de los datos brutos a una representación de su distribución, al seleccionar una parte de los datos, o al aplicar una transformación o procedimiento. Es importante aquí la perspectiva de modelización, que “captura” las cualidades o características del mundo real, extrayendo sentido de los datos y permite comunicar este significado, en forma que sea comprensible a otros.
- **Percepción de la variación, así como de la incertidumbre:** originada por la variación no explicada, ya que la Estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto, controlando dicha variación.
- **Razonamiento con modelos estadísticos:** cualquier útil estadístico, incluso un gráfico simple, una línea de regresión o un resumen pueden contemplarse como modelo, puesto que son formas de representar la realidad. Lo importante es diferenciar el modelo y los datos y al mismo tiempo relacionarlo con los datos.
- **Integración de la Estadística y el contexto:** es también un componente esencial del razonamiento estadístico.

2.4. Pensamiento estadístico.

El pensamiento estadístico es la forma en que la información se ve, se procesa y se convierte en pasos de acción. Es una filosofía de pensamiento, no una forma de realizar cálculos matemáticos. El pensamiento estadístico utiliza el concepto de que toda actividad consiste en un conjunto de pasos interconectados que deben complementarse y completarse para lograr una meta planteada, donde se debe investigar cada paso para identificar áreas de oportunidad y mejora a fin de lograr el éxito personal o profesional. La identificación y minimización de la variación en cada uno de los pasos llevarán al logro de la meta planteada.

El enfoque del desarrollo de un pensamiento estadístico se fundamenta en el uso de la estadística para resolver problemas del mundo real, desde un punto de vista empírico, en lugar de matemático Wild & Pfannkuch (1999). Así pues, el objetivo principal de la enseñanza de la estadística es hacer una integración de los resultados estadísticos con

el contexto de un problema real. Para ello, los autores proponen un modelo que considera cuatro dimensiones que definen un pensamiento estadístico:

Dimensión 1. El ciclo investigativo (problema, plan, datos, análisis, conclusiones) describe la forma en que uno opera cuando resuelve un problema estadístico.

Dimensión 2. Los tipos fundamentales del pensamiento estadístico son elementos sobre la actividad cognitiva del pensador. Estos tipos de pensamiento reflejan el pensamiento, cuando es aplicado en un contexto estadístico, que permitirá al estadístico abstraer una pregunta estadística de una situación real; capturar elementos claros de esa realidad en medidas y modelos estadísticos; trabajar con los modelos usando métodos estadísticos para extraer inferencias de los datos; y comunicar lo que se ha aprendido de los datos sobre la situación real.

Dimensión 3. El ciclo interrogativo es un proceso de pensamiento genérico que está en constante uso por los estadísticos cuando llevan un diálogo constante con el problema, los datos, y ellos mismos.

Dimensión 4. Las disposiciones afectan o inician entradas del pensador en las otras dimensiones.

En esta dimensión Wild y Pfannkuch consideran tanto los tipos generales de pensamiento, comunes a la resolución de todo tipo de problemas, como los fundamentales del pensamiento estadístico. Estos últimos son cinco y se describen a continuación:

Reconocer la necesidad de los datos. Este pensamiento considera que la recolección de datos es un primer requisito para poder hacer inferencias sobre situaciones reales.

Transnumeración. Los autores usan esta palabra para referirse a las “transformaciones numéricas hechas para facilitar la comprensión”. La transnumeración ocurre cada vez que cambiamos nuestra manera de observar los datos con la esperanza de que esto nos conduzca a un nuevo significado. La transnumeración es un pensamiento que ocurre

cuando: 1) se encuentran medidas que capturan características de la situación real (por ejemplo, la media como un valor representante); 2) los datos recolectados se transforman en distintas representaciones gráficas, resúmenes estadísticos, y en una búsqueda por obtener un significado desde los datos; y 3) el significado de los datos, el juicio, tiene que ser comunicado de manera que sea entendido por otros en términos de la situación real.

Percepción de la variación. Es un tipo de pensamiento que considera que la variación está presente donde quiera, todo está expuesto a constantes cambios inherentes que no siempre pueden ser explicados. Reconocer el impacto de la variación, permite adoptar mejores estrategias para el diseño y manejo de los datos.

Razonamiento con modelos estadísticos. Un modelo estadístico puede ser cualquier herramienta estadística (una gráfica, medidas de tendencia central, intervalos, etc.) que nos permitan leer, interpretar, comprender y predecir el comportamiento de los datos que se están analizando para encontrar una evidencia en la cual basar un juicio.

Integración de la estadística y el contexto: Los resultados estadísticos deben de interpretarse en función de las preguntas y problemas originales, ya que el objetivo es razonar con los resultados estadísticos de acuerdo con el contexto del problema.

Los elementos de un pensamiento estadístico amplían la visión de la enseñanza de la estadística. Con este modelo, los temas de estadística se enmarcan en competencias que imprimen un sentido estadístico al manejo de técnicas y desarrollo de conceptos.

El pensamiento estadístico está basado en la teoría en administración del Dr. W. Edwards Deming, porque en su libro, *The New Economics* publicado en 1994 desarrolló el Sistema de Conocimiento Profundo, el cual contiene la esencia de los tres principios del pensamiento estadístico y consta de cuatro partes:

La apreciación de un sistema.

El conocimiento sobre la variación.

La teoría del conocimiento.

La psicología.

2.5. Marco referencial.

2.5.1. Significados de la media aritmética

Batanero (2000) propone cinco tipos de elementos que constituyen el significado integral de un objeto matemático, como lo es el promedio:

Elementos extensivos. Se refiere al significado del objeto de acuerdo al campo de problemas de donde surge.

Elementos actuativos. En este elemento se considera las prácticas donde se emplea el objeto en la solución de problemas. Por ejemplo, sumar una serie de valores y dividir por el número de sumandos.

Elementos ostensivos. Tiene que ver con la representación de objeto, por ejemplo: las notaciones, gráficos, palabras y en general todas las representaciones del objeto que podemos usar para referirnos al concepto.

Elementos intensivos. Las definiciones y propiedades características y sus relaciones con otros conceptos. Por ejemplo, algunas propiedades de la media:

- a. La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos;
- b. El valor medio es representativo de los valores promediados.

Elementos validativos. Las demostraciones que empleamos para probar las propiedades del concepto y que llegan a formar parte de su significado y los argumentos que empleamos para mostrar a otras personas la solución de los problemas.

De acuerdo al problema que subyace en las secuencias de actividades de las dos lecciones que se aplicaron a los estudiantes, el significado sobre el promedio se relaciona con los elementos extensivo, intensivo y ostensivo. Es decir, el uso del promedio para comparar grupos como un valor representativo de los valores

promediados. A continuación se detallan algunos significados acerca del uso de la media aritmética.

Reparto equitativo:

La idea más simple de promedio es la de reparto equitativo, como lo muestra la historia del origen de la palabra *promedio* en inglés. Moroney (1968) comenta que se expresaba con la palabra *havaría* la cantidad que cada cliente de un barco que transportaba bienes tenía que pagar en compensación por los bienes que se perdían durante la travesía, ya sea porque los tiraban por la borda con motivo de una tormenta o por cualquier otra contingencia. Se calculaba la cantidad que se había perdido y se dividía entre el número de clientes; la palabra *average*, que se traduce como *promedio* en castellano, tiene su antecedente en la palabra *havaría*. La idea de promedio como *reparto equitativo* es uno de los significados más elementales del promedio. Un reactivo que refleja este significado se encuentra en Batanero (2000):

Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo deberían repartir los caramelos de forma equitativa?

Estimación de una medida desconocida en presencia de errores de medida:

El problema de estimar el verdadero valor de una cantidad desconocida que se mide mediante métodos o instrumentos cuyos resultados están sujetos a pequeños errores, fue formulado en la antigüedad por los astrónomos de Babilonia quienes, de acuerdo a Plackett (1970), lo resolvieron calculando la suma total de todas las observaciones y dividiéndola entre el número de datos. La *media aritmética* de diferentes observaciones o medidas de un objeto o característica se ha utilizado desde entonces como el mejor estimador para la cantidad desconocida subyacente. El siguiente problema (Batanero, 2000) pertenece a esta clase:

Un objeto pequeño se pesó con un mismo instrumento, separadamente por nueve estudiantes en una clase de ciencias. Los pesos obtenidos por cada estudiante (en gramos) se muestran a continuación:

¿Cuál es la mejor estimación del peso real del objeto?

En resumen se tienen tres significados principales:

- *Reparto equitativo*
 - *Obtener la media de dos grupos a partir de la media y cardinalidad de cada grupo (La media de la unión de varios grupos no es la media de las medias de cada grupo)*
- *Estimación de una medida desconocida en presencia de errores de medida*
 - *Identificar situaciones*
 - *Excluir valores atípicos*
- *Elemento representativo de un conjunto de datos*
 - *Interpretación de números resumen*

Mayen (2003) en su tesis doctoral nos dice en sus conclusiones, que se espera que los docentes propicien en el aula de clases la participación activa de los estudiantes, mediante el análisis de situaciones y problemas, en donde tenga lugar la investigación de campo para la obtención de muestras, su representación gráfica, lectura y la toma de decisiones. En particular, el cálculo de las medidas de posición central debe partir de la recolección, análisis e interpretación de los datos, es decir, obtener muestras estadísticas, analizar la variabilidad de éstos, identificar comportamientos tendenciales y patrones en su representación gráfica, analizar los efectos de la variabilidad de las muestras sobre los valores representativos de media aritmética y mediana, la predicción de hechos o sucesos y la toma de decisiones.

Es importante, que los docentes presten atención a los resultados e interpretaciones que los estudiantes produzcan y expongan, para poder identificar cuáles son las carencias, dificultades y errores que ellos presentan.

También se sugiere, que los docentes propongan situaciones a resolver a través de tecnología, pues el manejo de la información con un software conlleva a realizar una mejor construcción y trabajo de los conceptos estadísticos, al centrar la atención en el análisis e interpretación de los datos, y no en tediosos cálculos.

2.6. Investigación sobre la dificultad en el aprendizaje de las medidas de tendencia central y de dispersión.

A continuación se presenta un resumen sobre una investigación publicada en la Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa, en Julio 2009 por Silvia Mayeb, Carmen Batanero y Carmen Díaz.

Las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) han suscitado gran interés en investigadores como Pollatsek, Lima y Well (1981), Barr (1980), Cai (1995), Gattuso y Mary (1996), Watson y Moritz (1999, 2000) o Cobo (2003), quienes analizan los errores y dificultades para su aprendizaje en alumnos de diversas edades. Dichos trabajos se han centrado principalmente en la media aritmética, y las tareas que proponen aluden a datos numéricos medidos en escala de intervalo, en el que determinadas diferencias numéricas corresponden a las mismas diferencias en la magnitud subyacente.

Sin embargo, el análisis exploratorio de datos (perspectiva que se recomienda actualmente en el currículo de matemáticas para educación secundaria) da un gran peso a los estadísticos de orden, que consideran la posición relativa de los valores de la variable en el conjunto de datos. Uno de estos estadísticos es la mediana, que Nortes (1993, página 69) define de la siguiente manera: *si suponemos ordenados de menor a mayor todos los valores de una variable estadística, se llama mediana al valor de la variable tal que existen tantos datos con valores de la variable superiores o iguales como inferiores o iguales a él.*

También el análisis exploratorio de datos introduce algunas representaciones gráficas que se basan en los estadísticos de orden (como el gráfico de la caja), los cuales, si bien son apropiados para los datos medidos en escala de intervalo, cobran mayor relevancia ante los datos ordinales, que se pueden clasificar y ordenar, mas no se puede realizar operaciones aritméticas con ellos. Los datos ordinales aparecen en muchas situaciones cotidianas, como el nivel de estudios de una persona o el grado de acuerdo en un cuestionario de opinión. Por tanto, sería importante que la enseñanza de la estadística en secundaria tuviese en cuenta este tipo de datos, si queremos formar

ciudadanos competentes para interpretar la información estadística que concierne a la vida profesional y cotidiana. Ello requeriría tener un conocimiento sobre las posibles dificultades que presentan los estudiantes en el conocimiento y uso de datos ordinales.

Las investigaciones previas afirman que la definición de mediana no es clara para los estudiantes. Barr (1980) hizo un estudio con alumnos de 17 a 21 años, y concluyó que interpretaban la mediana como el centro de "algo", pero no comprendían a qué se refería.

Algunos estudiantes que son capaces de calcular la mediana cuando los datos se dan en forma de lista tienen dificultad para determinarla a partir de una tabla de frecuencias. Incluso los alumnos universitarios consideran difícil de aceptar que se puedan emplear dos algoritmos diferentes para el cálculo de la mediana, dependiendo del tipo de datos (agrupados o no agrupados), y que puedan obtenerse valores distintos en el cálculo con datos agrupados al variar la amplitud de los intervalos de clase. Tampoco comprenden cómo se pasa de la definición de la mediana a su cálculo (Schuyten, 1991).

Por su parte, Estepa (2004) sugiere que los alumnos se encuentran con obstáculos para calcular la mediana si parten de las representaciones gráficas de las frecuencias acumuladas, ya que no están acostumbrados a las funciones discontinuas con saltos. Si tienen que interpolar para hallar el valor de la mediana incurren en errores por sus fallas de razonamiento proporcional. Además, los estudiantes no tienen el suficiente dominio para manejar las desigualdades que aparecen asociadas a la definición de mediana y su cálculo.

Otros errores que distinguió Carvalho (1998, 2001) al analizar el cálculo de la mediana en alumnos de 13 a 14 años fueron: a) no ordenar los datos al calcularla mediana, entendiéndola que la mediana es el centro de la lista de datos *no ordenada*; b) calcular el dato central de las frecuencias absolutas ordenadas de forma creciente; es decir, confundir la frecuencia con el valor de la variable; c) calcular la moda en lugar de la mediana.

Nuestro estudio indica que la comparación de datos ordinales, incluso en un contexto familiar para el alumno como es el de las calificaciones, no es intuitiva. Incluso es menos intuitivo para los jóvenes de bachillerato que para los de secundaria, por lo que la enseñanza no parece ayudar a fomentar dicha intuición en nuestros estudiantes. Debido a la importancia de los datos ordinales en la vida diaria y el análisis exploratorio de datos, sería necesario utilizar problemas similares al que mostramos en este trabajo en la enseñanza secundaria y bachillerato, si queremos preparar a los

alumnos para que interpreten críticamente la información estadística que se presenta con datos ordinales en diferentes contextos.

Por otro lado, nuestro análisis confirma la existencia de los siguientes conflictos semióticos en los alumnos, que son descritos por Cobo (2003) respecto a la comparación de los datos ordinales y la comprensión de las medidas de tendencia central:

- a) No reconocer la comparación de dos conjuntos de datos como un campo de problemas que se resuelve por las medidas de tendencia central.
- b) Suponer definida la media en un conjunto de datos ordinales.
- c) No discriminar datos ordinales y numéricos.

Hemos identificado además, nuevos conflictos que podemos clasificar en relación a los tipos de objetos matemáticos considerados en el enfoque onto-semiótico en la forma siguiente:

– *Conflictos relacionados con los campos de problemas*: No usar las medidas de tendencia central en la comparación de dos conjuntos de datos. En su lugar, algunos estudiantes resuelven el problema comparando datos aislados; de este modo, presentan la concepción local de asociación que describió Estepa (2004).

– *Conflictos relacionados con definiciones de distintos objetos matemáticos*: Confundir las medidas de tendencia central con el valor de la variable; la media con las frecuencias absolutas; las frecuencias absolutas con los porcentajes, y el valor de la variable con la frecuencia. Estos conflictos son preocupantes en los estudiantes de bachillerato, ya que dificultarán su comprensión de otros conceptos estadísticos que deberán estudiar en la universidad, los cuales están basados en las ideas de variable, valor, frecuencia absoluta y relativa y medida de tendencia central.

– *Conflictos relacionados con las propiedades de las medidas de tendencia central o con conceptos relacionados con ellas*: Suponer definida la media en un conjunto de datos ordinales, o confundir la variable ordinal con la variable medida en escala de razón o intervalo.

– *Conflictos al aplicar un procedimiento*: Calcular la media de las frecuencias; establecer una correspondencia que no conserva la escala de medida; establecer correspondencias diferentes en grupos que se quiere comparar, o aplicar una correspondencia que transforma un conjunto variable en otro constante.

Esta larga lista indica puntos a mejorar en la enseñanza, que abarcan no sólo la necesidad de que los estudiantes trabajen con datos ordinales, sino también aspectos conceptuales y procedimentales que atañen a la media, la mediana y las ideas aún más elementales de variable estadística y distribución. La semejanza de algunos resultados con los que obtuvo Cobo (2003) con alumnos españoles de menor edad sugiere que los conflictos descritos no son específicos de ninguno de los dos sistemas educativos, sino son compartidos por estudiantes mexicanos y españoles, y se mantienen con la edad.

Ahora bien, el diseño de la enseñanza en ambos países debe tenerlos en cuenta, pues la comprensión de los diversos elementos del significado es independiente y su significado tiene que construirse de manera progresiva. No podemos esperar que si se enseña a los alumnos a calcular la media, la mediana y la moda en variables medidas en escala de razón puedan deducir y comprender por sí mismos sus diversas propiedades o adquieran la competencia suficiente para usar correctamente la medida de tendencia central más adecuada en datos ordinales. Esperamos que el análisis mostrado en este trabajo sea útil a los profesores e incida en la mejora de la enseñanza del tema.

2.7. Marco de analisis

2.7.1. Modelo taxonómico solo.

Para ubicar a los estudiantes en una jerarquía en base a los resultados obtenidos de las tareas realizadas se implementa el modelo “Estructura del Proceso de Aprendizaje Observado” (SOLO, por sus siglas en inglés). Este modelo neo-piagetiano fue creado para evaluar la calidad del aprendizaje en los estudiantes en base a las respuestas de las actividades propuestas (Biggs y Collins, 1991).

Se considera que estructuralmente las complejidades en cada modo de funcionar son las mismas, es decir, el ciclo de aprendizaje se repite en cada uno de ellos. Cada uno está formado por cinco niveles básicos de respuesta que en orden de complejidad creciente son:

- a) *Nivel preestructural*: Representa el uso, en la respuesta, de aspectos no relevantes del modo de funcionar; es decir, respuestas en las que no se usan aquellos elementos que son necesarios para poder identificar un modo de funcionar.
- b) *Nivel uniestructural*: Respuestas en las que se usa sólo un aspecto relevante del modo de funcionar.
- c) *Nivel multiestructural*: Respuestas en las que se procesan diferentes aspectos disjuntos del modo de funcionar, normalmente en una secuencia.
- d) *Nivel relacional*: Respuestas en las que se manifiesta una comprensión integrada de las relaciones entre los diferentes aspectos usados del modo de funcionar.
- e) *Nivel de abstracción extendida*: Respuestas que hacen uso de principios, hechos, procesos, etc. más abstractos que aquéllos que describen el modo de funcionar actual-

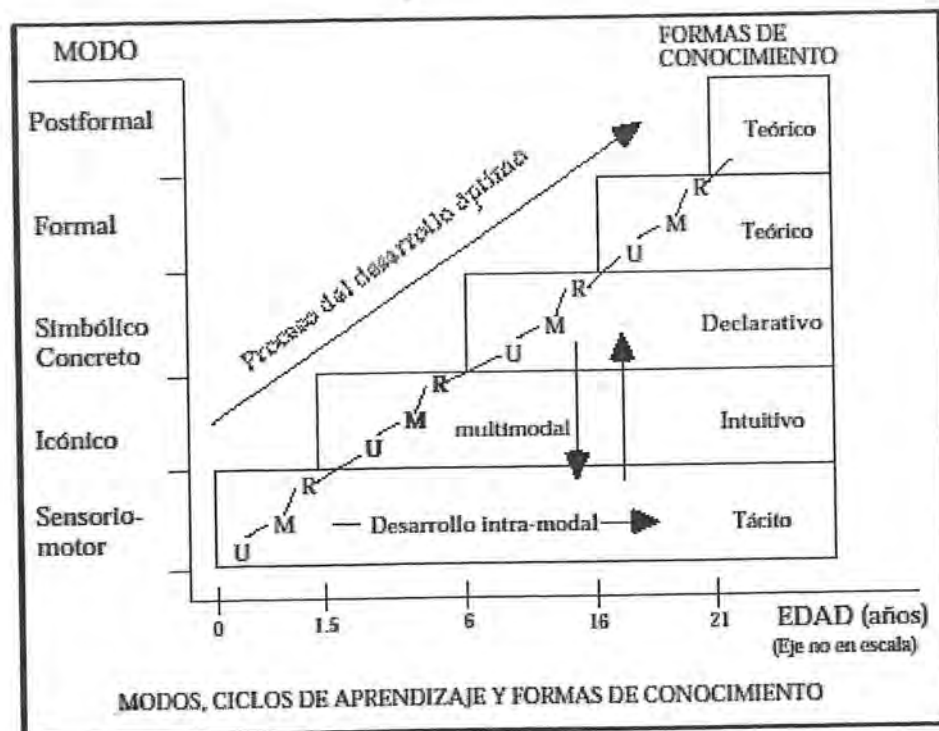


Figura 2

La consideración de la actuación intramodal y multimodal de los estudiantes (Fig. 2), para un modo de funcionar dado, y la interpretación de los ciclos de aprendizaje conducen a una determinada visión del aprendizaje. Son de especial interés los tres niveles intermedios: uniestructural, multiestructural y relacional, dentro de un modo determinado de funcionar, mientras que los otros dos, preestructural y de abstracción extendida, se refieren a respuestas que se salen del modo en cuestión. La figura 2 resume gráficamente la manera en la que se interpreta el aprendizaje. En ella, no se han incluido los niveles preestructural y de abstracción extendida por no aumentar la complejidad del diagrama.

2.7.2. Modelo de Curcio para la comprensión de las gráficas.

Curcio (1989) describe cuatro niveles distintos de comprensión de los gráficos, que pueden aplicarse a las tablas y gráficos estadísticos:

- 1 - "Leer los datos": este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
- 2 - "Leer dentro de los datos": incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
- 3 - "Leer más allá de los datos": requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.
- 4 - "Leer detrás de los datos" supone valorar la fiabilidad y completitud de los datos.

En este modelo cada una de las tareas a realizar es ubicada en cada uno de los niveles posteriormente se analiza si la respuesta del estudiante cumple con las especificaciones del nivel en que se clasificó.

2.7.3. Método de Cuatro Pasos de Polya.

Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello nos parece importante señalar alguna distinción entre **ejercicio** y **problema**. Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución: Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es $3 + 2$. O bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario: **dividir**.

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos -entre otras cosas-, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas. Como apuntamos anteriormente, la más grande contribución de Pólya en la enseñanza de las matemáticas es su Método de Cuatro Pasos para resolver problemas. A continuación presentamos un breve resumen de cada uno de ellos.

Paso 1: Entender el Problema.

- 1.- *¿Entiendes todo lo que dice?*
- 2.- *¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?*
- 3.- *¿Distingas cuáles son los datos?*
- 4.- *¿Sabes a qué quieres llegar?*
- 5.- *¿Hay suficiente información?*
- 6.- *¿Hay información extraña?*
- 7.- *¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?*

Paso 2: Configurar un Plan.

¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

- 1.- *Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).*
- 2.- *Usar una variable.*
- 3.- *Buscar un Patrón*
- 4.- *Hacer una lista.*
- 5.- *Resolver un problema similar más simple.*
- 6.- *Hacer una figura.*
- 7.- *Hacer un diagrama*
- 8.- *Usar razonamiento directo.*
- 9.- *Usar razonamiento indirecto.*
- 10.- *Usar las propiedades de los Números.*
- 11.- *Resolver un problema equivalente.*
- 12.- *Trabajar hacia atrás.*
- 13.- *Usar casos*
- 14.- *Resolver una ecuación*
- 15.- *Buscar una fórmula.*
- 16.- *Usar un modelo.*
- 17.- *Usar análisis dimensional.*
- 18.- *Identificar sub-metas.*
- 19.- *Usar coordenadas.*
- 20.- *Usar simetría.*

Paso 3: Ejecutar el Plan.

- 1.- *Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.*
- 2.- *Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que se te prenda el foco cuando menos lo esperes!).*
- 3.- *No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.*

Paso 4: Mirar hacia atrás.

- 1.- *¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?*
- 2.- *¿Adviertes una solución más sencilla?*
- 3.- *¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?*

Comunmente los problemas se enuncian en palabras, ya sea oralmente o en forma escrita. Así, para resolver un problema, uno traslada las palabras a una forma equivalente del problema en la que usa símbolos matemáticos, resuelve esta forma equivalente y luego interpreta la respuesta. Este proceso lo podemos representar como sigue:

Algunas sugerencias hechas por quienes tienen éxito en resolver problemas:

Además del Método de Cuatro Pasos de Polya nos parece oportuno presentar en este apartado una lista de sugerencias hechas por estudiantes exitosos en la solución de problemas:

- 1.- *Acepta el reto de resolver el problema.*

- 2.- *Reescribe el problema en tus propias palabras.*
- 3.- *Tómate tiempo para explorar, reflexionar, pensar...*
- 4.- *Habla contigo mismo. Hazte cuantas preguntas creas necesarias.*
- 5.- *Si es apropiado, trata el problema con números simples.*
- 6.- *Muchos problemas requieren de un período de incubación. Si te sientes frustrado, no dudes en tomarte un descanso -el subconciente se hará cargo-. Después inténtalo de nuevo.*
- 7.- *Analiza el problema desde varios ángulos.*
- 8.- *Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar*
- 9.- *Muchos problemas se pueden de resolver de distintas formas: solo se necesita encontrar una para tener éxito.*
- 10.- *No tenga miedo de hacer cambios en las estrategias.*
- 11.- *La experiencia en la solución de problemas es valiosísima. Trabaje con montones de ellos, su confianza crecerá.*
- 12.- *Si no estás progresando mucho, no vaciles en volver al principio y asegurarte de que realmente entendiste el problema. Este proceso de revisión es a veces necesario hacerlo dos o tres veces ya que la comprensión del problema aumenta a medida que se avanza en el trabajo de solución.*
- 13.- *Siempre, siempre mira hacia atrás: Trata de establecer con precisión cuál fué el paso clave en tu solución.*
- 14.- *Ten cuidado en dejar tu solución escrita con suficiente claridad de tal modo puedas entenderla si la lees 10 años después.*
- 15.- *Ayudar a que otros desarrollen habilidades en la solución de problemas es una gran ayuda para uno mismo: No les des soluciones; en su lugar provéelos con sugerencias significativas.*
- 16.- *¡Disfrútalo! Resolver un problema es una experiencia significativa.*

[De <http://fractus.mat.uson.mx/Papers/Polya/Polya.htm>]

CAPÍTULO 3

3.1 Método de trabajo.

La propuesta se procedió a elaborar considerando los temas que se están trabajando en el presente trabajo las medidas de tendencia central y de dispersión.

3.2. Resultados esperados de aprendizaje en los estudiantes.

Con los ejercicios propuestos para tarea extra clase y para la evaluación el estudiante comprenderá mejor los conceptos de las medidas de tendencia central y de dispersión.

Las habilidades que el alumno tendrá al finalizar esta parte de estadística elemental, serán:

- a) Obtiene medidas de tendencia central a partir de datos propuestos o investigados.
- b) Utiliza las medidas de tendencia central para describir, analizar y comunicar información.
- c) Presenta inferencias y deducciones a partir de análisis estadístico basado en las medidas de tendencia central y de dispersión.

Las competencias matemáticas que el alumno tendrá al finalizar esta parte de estadística elemental serán:

- a) Construye e interpreta modelos que representan fenómenos de manera estadística, aplicando las medidas de tendencia central y de dispersión.
- b) Cuantifica y representa magnitudes mediante la representación en tablas y gráficas de información proveniente de diversas fuentes.
- c) Interpreta y comunica la información contenida en tablas y gráficas.

El alumno al terminar la presentación de esta secuencia deberá haber alcanzado los siguientes objetivos:

- 1) Expresará ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- 2) Seguirá instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- 3) Aportará puntos de vista con apertura y considerará los de otras personas de manera reflexiva.

- 4) Asumirá una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Al terminar la aplicación de esta secuencia el alumno podrá elegir las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discriminará entre ellas de acuerdo con su relevancia y confiabilidad. Además de proponer maneras de solucionar un problema y desarrollará un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

CAPÍTULO 4

EXPERIENCIA PILOTO Y RESULTADOS

4.1. Introducción.

En este capítulo se describe la metodología seguida durante las tres fases (diagnóstico, planeación e implementación) en que se desarrolló este trabajo. Por cada fase se detallan las características de los participantes, los instrumentos utilizados para recolectar los datos, así como el procedimiento de aplicación de dichos instrumentos y el procedimiento para el análisis de datos.

4.2. Fase 1. Diagnóstico

Durante esta fase, se hizo una exploración de las nociones de los estudiantes con relación al concepto de las medidas de tendencia central y de dispersión. El objetivo fue conocer las dificultades y potencialidades de los estudiantes para diseñar e implementar estrategias de enseñanza que ayudaran a ampliar su conocimiento sobre este concepto.

4.2.1. Participantes

Para aplicar esta fase de diagnóstico, seleccione un grupo de probabilidad y estadística VH de la especialidad de Administración del CENTRO DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS NO.253 (CBTIS 253) DE LA CIUDAD DE CHETUMAL, QUINTANA ROO, el cual tuve a mi cargo durante un semestre que tenía un total de 49 alumnos inscritos.

4.2.2. Instrumento

Al empezar con este grupo las clases le aplique primero un examen diagnóstico con preguntas referentes a los temas de estadística y de probabilidad.

En base a los resultados obtenidos de este examen, logre identificar que solo algunos alumnos tenían nociones de lo que son las medidas de tendencia central un 22% del total y de las de dispersión nadie.

4.3. Fase 2. Planeación

En este caso como es un grupo a mi cargo, impartí dos semanas de clase sobre los temas de estadística correspondientes a definiciones de conceptos introductorios, sobre la construcción de tablas de distribución de frecuencias, de gráficas (histograma, polígono de frecuencias y circular) así como los conceptos de las medidas de tendencia central para una serie de datos; al finalizar les aplique una prueba distinta planeada para recoger información sobre su avance en cuanto al razonamiento estadístico y sobre como interpretaban las tablas y las gráficas, el cual anexo a este trabajo (anexo 1), del que obtuve buenos resultados en cuanto al manejo de datos reales y a la interpretación de las tablas y gráficas. Estos resultados fueron de que de un total de 40 puntos, contestaron en promedio 32 puntos correctamente.

Después de esto les sigue impartiendo clases sobre los temas faltantes de las medidas de tendencia central, de dispersión y de la gráfica de caja. En el transcurso de estas clases, les aplique una serie de problemas, uno de los cuales fue el de darles un problema real y con los datos de este problema me obtuvieran las medidas de tendencia central, que trazarán un histograma y ubicarán en el las medidas obtenidas, calcularán el coeficiente de asimetría, y que trazarán un diagrama de caja ubicando en el los cuartiles 1, 2 y 3. A continuación presento el ejercicio.

4.4. Fase 3. Implementación

La aplicación de este ejercicio se realizo en una sesión de clases de dos horas, quedando para que realizaran extra clase el diagrama de caja.

El precio de un interruptor magnotérmico en 10 comercios de electricidad de una ciudad son : 25, 25, 26, 24, 30, 25, 29, 28, 26, y 27 Euros. Hallar la media, moda,

mediana, trazar un histograma, situar en el las medidas de tendencia central y dibujar el diagrama de caja colocando los cuartiles en él y calcular el coeficiente de asimetría.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

5.1. Resultados.

A continuación presento los resultados obtenidos del ejercicio que se aplico al grupo:

CALCULO MEDIDAS TENDENCIA CENTRAL			TRAZAR HISTOGRAMA Y SITUAR MEDIDAS			DIAGRAMA DE CAJA			COEFICIENTE DE ASIMETRIA Y DESVIACIÓN ESTANDAR	
ME DIA %	ME DIA NA %	MODA %	MEDIA %	ME DIA NA %	MODA %	TRAZO %	Q1 %	Q3 %	As %	S %
100	97	100	73	83	80	70	70	67	83	97

Como se puede observar estos resultados son muy satisfactorios y se puede decir que los alumnos están logrando una alfabetización estadística y desarrollar el razonamiento estadístico. En el anexo presento fotos de las gráficas trazadas por los alumnos.

Para finalizar y saber si se logró en los alumnos el razonamiento estadístico y la utilización de las medidas de tendencia central, apliqué una lección de trabajo que a continuación presento:

5.2. Lección uno

OBJETIVO DEL TRABAJO

A partir de la presentación de un problema los alumnos realicen una serie de actividades que implique la recolección, organización, análisis e interpretación de datos, para la adquisición de una cultura estadística y desarrollar el razonamiento estadístico.

OBJETIVO ESPECIFICO.

Promover y analizar el uso del promedio como un estadístico para comparar grupos, (hombres y mujeres) para saber si los pesos y estaturas corresponden a los ideales que presentan los diferentes sectores y estudiosos de la salud-

HOJA DE TRABAJO 1

NOMBRE: _____

¿Cuál es el peso y estatura ideal?



- 1- **¿Consideras que existe una relación entre el peso de una persona y su estatura?**
- 2- **¿Cuál crees que sea el mínimo y máximo peso que debes tener de acuerdo a tu estatura?**

MÉXICO, D.F.- De 2000 a la fecha, el porcentaje de adultos mayores de 20 años con problemas de sobrepeso y obesidad aumentó 10 puntos, al pasar de 60 a 70 por ciento del total, alertó Dolores Patricia Delgado Jacobo, investigadora de la Facultad de Estudios Superiores (FES) Zaragoza.

En un comunicado, indicó que las más afectadas son las mujeres, pues si bien este padecimiento afecta a dos tercios de la población, el sector femenino es el

predominante, con casi 72 por ciento, en comparación con 68 por ciento de los varones.

La experta detalló que eso se debe a las características de cada sexo; el organismo de las mujeres generalmente trabaja a base de hormonas; además, tienden a generar más tejido adiposo y lo acumulan en el abdomen o en la cadera, informó Milenio.

Advirtió que estimaciones serias señalan que para 2010 en el mundo existirán mil 500 millones de personas con sobrepeso, y de esta cifra 20 por ciento serán niños y adolescentes. Ello debido a que sus vidas son más sedentarias que antaño, porque pasan mayor tiempo frente a la computadora, los videojuegos y la televisión.

Según la Organización Mundial de la Salud, expuso Delgado Jacobo, para 2015 habrá unos dos mil 300 millones de adultos con sobrepeso y más de 700 millones con obesidad. "Eso significa que si no se desarrollan estrategias adecuadas para limitar estos factores de riesgo, aumentará el número de casos".

Expuso que para combatir esas afecciones es preciso lograr un equilibrio energético hasta alcanzar un peso normal; reducir la ingesta de calorías procedentes de grasa; cambiar el consumo de grasas saturadas a insaturadas y aumentar el consumo de frutas, verduras, legumbres, granos integrales y frutos secos.

La experta argumentó que entre el ejercicio y una dieta adecuada se debe producir una pérdida de entre siete y ocho kilos, pero no de una manera rápida, sino paulatina. Y es que, expuso, un individuo que baja de peso adecuadamente debe disminuir entre 200 y 500 gramos por mes.

Fuente: **sipse.com**

Llena la siguiente tabla obteniendo los datos que faltan, con ayuda del trabajo realizado en el salón donde se pesaron y midieron los alumnos del grupo V-H del CBTis 253 y efectúa el cálculo de masa corporal.

Nombre	Sexo (H-M)	Peso (kg.)	Estatura (cm.)	Masa Corporal
--------	------------	------------	----------------	---------------

- 3- Según los datos ¿hay alumnos que tienen sobrepeso u obesidad de acuerdo a su peso y estatura?
- 4- En este caso ¿quién tiene mayor masa corporal los hombres o mujeres?
- 5- Los resultados obtenidos del grupo están de acuerdo a los datos proporcionados en el artículo.

HOJA DE TRABAJO DOS

- 1) Relativamente ¿quiénes pesan más los hombres o las mujeres?
- 2) ¿Cómo se pueden organizar los datos?
- 3) Realiza una tabla de datos agrupados y un histograma.

La presente lección la aplique primero recopilando la información en el salón de clases, una alumno llevo una bascula y en el colegio existe una que se utilizaron para obtener los pesos de los alumnos, en cuanto a la altura, en una pared con ayuda de una hoja pegada de la escala en centímetros se midieron todos los alumnos, con lo cual se llenaron las tablas de peso y estatura de los alumnos del grupo, todo esto se logro con un trabajo en armonía y cooperativo de los alumnos para la realización de este, luego en otra sesión de trabajo para que los alumnos contestarán las preguntas sobre la lección, logrando obtener resultados satisfactorios de él, aunque no todos los alumnos

aplicaron los conceptos de medidas de tendencia central, solo algunos. A continuación presento los resultados.

RESULTADOS DEL PROBLEMA DE ESTATURAS Y PESOS.

PREGUNTA UNO:

¿Consideras que existe una relación entre el peso de una persona y su estatura?

Respuestas.

- 1.- si por que de acuerdo a lo que mides debes pesar menos, lo que hace que tengas un promedio de masa corporal, la cual te hace verificar si tienes delgadez pronunciada , delgadez, normalidad, gordura u obesidad.
- 2.- claro estos dos parámetros, son fundamentales para poder sacar el peso óptimo de una persona. (4)
- 3.- Si porque así se sabe su masa corporal y sabes si estas bien de peso.
- 4.- si ya que la estatura y el peso tienen mucho que ver con la masa corporal de cada persona; y por medio de esos dos datos nos podemos dar cuenta si estamos bien o mal de peso. (3)
- 5.- yo creo que si, dado que así como mides debes de pesar mas o menos, para que así no se te pasen los kilos de más.
- 6.- Si
- 7.- Si, yo opino existe una correlación entre ellas. (2)
- 8.- Existe relación desde luego, y por lo tanto parámetros para conocer si una persona se encuentra o no en sobrepeso como lo es la fórmula del IMC, sin embargo entran más parámetros como lo es el sexo del individuo.
- 9.- Si existe una relación del peso que tener una persona, ya sea baja o alta de estatura, ya que existen tablas que muestran el peso ideal que debes de tener de acuerdo a tu estatura.
- 10.- Si porque de ahí se basa uno para saber si tiene sobrepeso. (3)
- 11.- Si porque dependiendo de su edad debe tener un promedio de estatura y peso para poder estar de acuerdo a las normas de salud.

12.- No, porque si tienes el mismo peso y la estatura puedes tener unos kilos de más y por eso debes de pesar menos de lo que mides.

PREGUNTA DOS

COMO PUEDES SABER SI EXISTE SOBREPESO EN UN SALÓN DE CLASES.

RESPUESTAS:

- 1.- Haciendo un análisis general sacando el promedio del peso.(3)
- 2.- Sumando todos los kilos y dividirlo entre la cantidad que somos en el salón. (2)
- 3.- Por que basándonos en la tabla de pesos hay varios de los compañeros quienes no tienen el peso que deberían conforme a la estatura.
- 4.- haciendo una tabla con los pesos y estaturas y determinando de acuerdo a la estatura el peso máximo de los alumnos.
- 5.- podríamos hacer una tabla con la relación de todos nuestros compañeros, con su peso y estatura, para luego obtener su masa corporal y así determinar si presenta sobrepeso.
- 6.- sacando la masa corporal de todos mis compañeros, analizando cada uno de los datos y sumando la masa de todos y si el resultado es alto quiere decir que si hay sobrepeso. (3)
- 7.- tomando una muestra de todos los pesos y estaturas del salón. Aplicando la formula de IMC y en base a un promedio determinar si existe el sobrepeso.
- 8.- calculando la masa corporal de todos los alumnos. (2)
- 9.- haciendo una tabla con los pesos y estaturas de todos del salón y se hace una gráfica para verificar si hay sobrepeso en el salón de clases.
- 10.- haciendo una tabla de pesos y estaturas.
- 11.- se calcula con el IMC

PREGUNTA 3

SEGÚN LOS DATOS ¿HAY ALUMNOS QUE TIENEN SOBREPESO U OBESIDAD DE ACUERDO A SU PESO Y ESTATURA?

RESPUESTAS:

En el salón si los hay 5 con sobrepeso y 2 con obesidad. (2)

Si hay dos alumnos con obesidad y trece con sobrepeso (3)

Si hay alumnos (17)

No ya que en base a la media aritmética del IMC no existe el sobrepeso.

PREGUNTA 4

EN ESTE CASO ¿QUIÉN TIENE MAYOR MASA CORPORAL LOS HOMBRES O MUJERES?

Las mujeres porque son mas en el salón. (19) los hombres (6)

Los hombres comparando las medias del salón

PREGUNTA 5.

LOS RESULTADOS OBTENIDOS ESTÁN DE ACUERDO A LOS DATOS PROPORCIONADOS EN EL ARTÍCULO.

Si (15)

no (4)

nada (1)

HOJA DE TRABAJO DOS

PREGUNTAS

1.- RELATIVAMENTE ¿Quiénes PESAN MAS LOS HOMBRES O LAS MUJERES?

Respuestas:

Los hombres pesan más. (15) por su complexión

Las mujeres pesan más (3)

3.-¿COMO SE PUEDEN ORGANIZAR LOS DATOS?

Respuestas

En una tabla bien organizada (14) nada (5) de menor a mayor 2 alfabéticamente

5.3. Conclusiones

Con base en lo expresado anteriormente, se puede concluir que la lección benefició el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos tratados y favoreció el logro de los objetivos de las actividades. Después de la implementación de la lección, se pudo observar un avance en el desarrollo de la cultura estadística de los estudiantes; podemos señalar que adquirieron habilidades y competencias para comprender los conceptos de las medidas de tendencia central y de dispersión.

Normalmente los alumnos muestran falta de interés por la estadística, una de las causas puede ser el hecho de que se les enseñan conceptos estadísticos sólo como cálculos sin significado. Para evitar lo anterior, los profesores debieran utilizar diversidad de problemas estadísticos en diferentes contextos para que con ayuda del profesor emerjan los conceptos estadísticos. Se entiende por problema estadístico aquel que para su solución se requieren datos, su procesamiento y su análisis, como el problema de los pesos que en este trabajo se llevó a cabo.

Por esto, es importante que el docente reflexione sobre la necesidad de implementar las estrategias didácticas idóneas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina. Esto significa, que asuma el compromiso de planear actividades que propicien el interés de los estudiantes, que contemplen el uso de dispositivos físicos que permitan la experimentación y la confrontación de sus intuiciones previas y que promuevan el desarrollo de la cultura estadística, para poder ofrecerles las bases para su vida futura.

Finalmente se considera que es muy importante promover dentro del aula el trabajo en equipo y favorecer la participación activa de los estudiantes en el desarrollo de las actividades y la resolución de las tareas que se programen.

BIBLIOGRAFÍA

- Batanero, C. (1991). *Didáctica de la Estadística*. Granada, España: Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.
- Batanero C., Godino, J. D., Green, D. R., Colmes, P. & Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25 (4), 527-547.
- Batanero, C., Godino, J. D y Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. Versión ampliada del trabajo publicado en H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*, (pp. 310-304). [Disponible en <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Logse.pdf>]
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. UNO, 25, 41-58. [Recuperado el 19 de Abril de 2006, de <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/erroresestadis.doc>]
- Begg, A. (1997). Some emerging influences underpinning assessment in statistics. En I. Gal y J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education*. Amsterdam: IOS Press.
- Ben-Zvi, D.&Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions and challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.) *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 3-16). Dordrecht
- Biggs, J. B.; Collis, K. F. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligence behavior. H. A. Rowe (ed). *Intelligence, reconceptualization and measurement*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publisher. [Traducción de fragmentos por Dr. Ernesto A. Sánchez]
- Dirección General de Desarrollo Curricular (2006). *Educación Básica. Secundaria. Matemáticas. Programa de estudio 2006*. Secretaría de Educación Pública.
- Fernández, D., y Guitart, M. (2005). Un marco para la evaluación de la Estadística en Ingeniería. ALME: Acta Latinoamericana en Matemática Educativa 18, 79-85.

- Gal, I., Rothschild, K., Wagner, D. A. (1989). Which group is better? The development of statistical reasoning in elementary school children. Paper presented at the meeting of the Society for Research in Child Development. Kansas City. MO.
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning. Connecting Research and Teaching Practice*. New York: Springer.
- Graham (1987): [citado en Batanero, 1991].
- Grande, C., y Velázquez, S. (2007). La práctica de la simulación en la solución de problemas de probabilidad. En G. Buendía (Ed.). Memoria de la XI Escuela de invierno en Matemática Educativa. Universidad Autónoma de Yucatán, México.
- Hernández, G. (2005). Exploración sobre el concepto de variabilidad estadística de alumnos de tercer año de secundaria. Tesis de Maestría, Cinvestav – IPN, D. F., México.
- Konold, C., Pollatsek, A. (2002). Data Analysis as the search for signals in noisy processes. *Journal for Research in Mathematics Education*. 33 (4), 259-289.
- Mevarech, Z. R. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 415-429.
- Maldonado, J., y Ojeda, A. (2007). Comprensión de ideas fundamentales de estadística en la educación primaria. En G. Buendía (Ed.). Memoria de la XI Escuela de invierno en Matemática Educativa. Universidad Autónoma de Yucatán, México.
- Mayén, S., Cobo, B., Batanero, C. y Balderas, P. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de educación matemática* 9, 187-201.
- Mokros, J., Russell, S. J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 20-39.
- Moroney, M. J. (1968). Promedio y dispersión. En J. R. James (Ed.), *SIGMA El Mundo de las Matemáticas (Tomo 3, 169-193)*. Barcelona, España: Editorial Grijalbo.

- Plackett, R.L. (1970). The principle of the arithmetic mean. En E. S. Pearson y M. Kendall (Eds), *Studies in the history of statistics and probability (Vol.1, pp. 121-126)*. London, Charles Griffin.
- Pollatsek, A., Lima, S., Well, D. (1981). The beginning of statistical inference comparing two data sets. *Educational Studies in Mathematics*, 12 (2), 191-204.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En D. Grows (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics teaching and Learning (pp. 465-494)*. New York: Macmillan.
- Strauss, S., Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (1), 64-80.
- Watson, J. M., Moritz, J. B. (1999a). The beginning of statistical inference: Comparing two data sets. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 145-168.
- Watson, J. M., Moritz, J. B. (1999b). The development of concepts of average. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 21(4), 15-39.
- Watson, J. M., Moritz, J. B. (2000). The longitudinal development of understanding of average. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1 & 2), 11-50.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical Literacy at School. Growth and Goals*. Mahwah, NJ., USA: Erlbaum.
- Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-262. [Traducción del Dr. Román Hernández Martínez]

ANEXOS

1.- EXAMEN APLICADO A LOS ALUMNOS

CENTRO DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS NO.
253.

Nombre:	Curso:2010 B	Fecha: 27/09/2010
---------------	--------------	-------------------

Lee atentamente cada una de las preguntas y no olvides revisar tu evaluación antes de entregarla.



Lee y luego responde las preguntas 1, 2, y 3.

En una ciudad se han registrado las siguientes temperaturas:

20 °C, 19 °C, 22 °C, 25 °C, 24 °C.

1. ¿Cuál es el rango de las temperaturas?

- A. 6 °C
- B. 12 °C
- C. 15 °C
- D. 22 °C
- E. 25 °C

(1 punto)

2. ¿Cuál de las siguientes es una variable cualitativa?

- A. Número de comidas al día.
- B. Deporte preferido.
- C. Estatura de un niño.
- D. Número de calzado.
- E. Cantidad de niños en una sala de clases.

(1 punto)

5. A qué concepto hace referencia la definición: “Parte representativa de la población sobre la que se efectúa la medición”.

- A. Variable cuantitativa.
- B. Muestra.
- C. Frecuencia absoluta.
- D. Media aritmética.
- E. Mediana.

(1 punto)

6. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- A. Una muestra está contenida en la población.
- B. La masa de una persona es una variable cuantitativa.
- C. El promedio es el dato que más se repite.

D. Para obtener la mediana de una muestra esta debe estar ordenada.

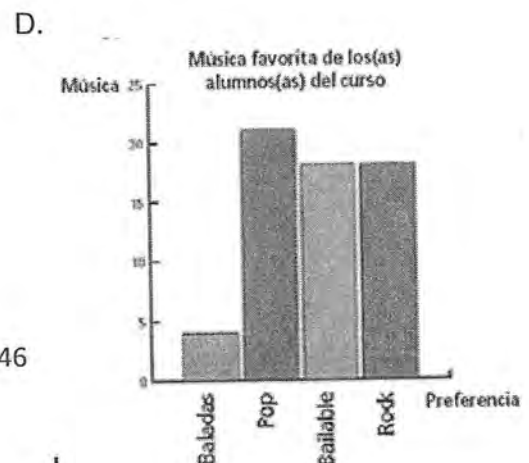
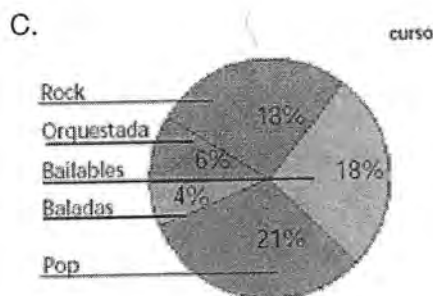
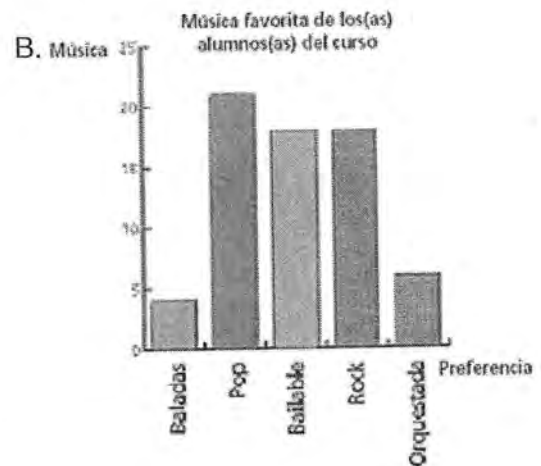
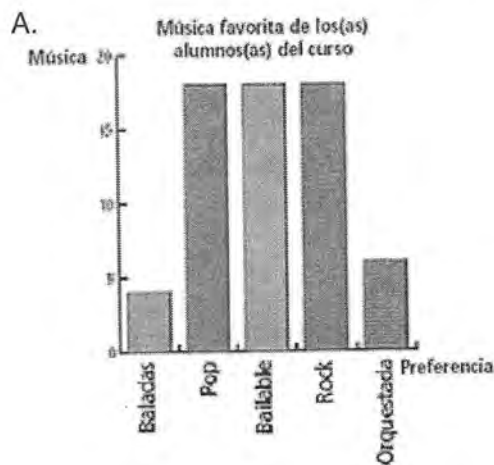
E. La variable es la característica que se desea medir.

(1 punto)

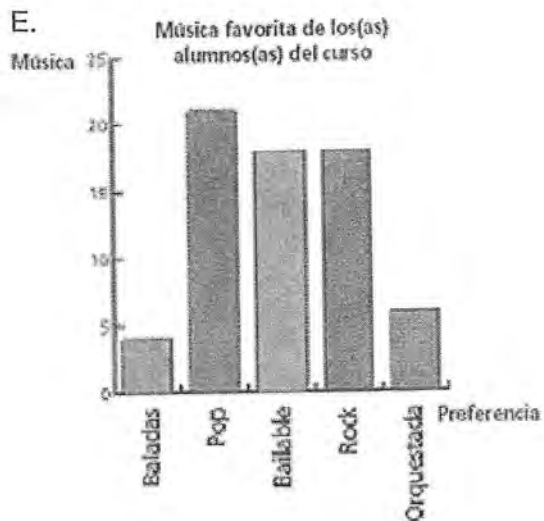
7. ¿Qué tipo de grafico representa la información de la tabla?

Música favorita de los alumnos(as) del curso

Música	Preferencia
Baladas	4
Pop	21
Bailable	18
Rock	18
Orquestada	6



46



(1 punto)

Lee y luego responde las preguntas 8, 9, 10 y 11.

Un una encuesta se obtuvo la siguiente información en relación a la cantidad de hermanos que tiene cada niño de un curso.

Número de hermanos de algunos niños del curso

Cantidad de hermanos	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada
0	4	4
1	6	10
2	7	17
3	3	20

8. ¿Cuántos niños fueron encuestados?

- A. 4
- B. 7
- C. 10
- D. 17
- E. 20

(1 punto)

9. ¿Cuántos niños tienen dos hermanos?

- A. 6
- B. 7
- C. 10
- D. 17
- E. 20

(1 punto)

10. ¿Cuántos niños tienen al menos dos hermanos?

- A. 6
- B. 13
- C. 10
- D. 17
- E. 20

(1 punto)

11. ¿Cuántos niños tienen tres hermanos?

- A. 3
- B. 6
- C. 10
- D. 17
- E. 20

(1 punto)

Responde las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué es estadística?
- b) ¿Qué es un población?

(5 punto)

Lee y luego responde las preguntas 12, 13 y 14.

Las preferencias en deporte de un grupo de niños se muestran en la siguiente tabla.

Deporte preferido

Deporte	Frecuencia absoluta
Tenis	4
Fútbol	6
Natación	7
Karate	3

12. ¿Cuál es la moda de la variable deporte?

- A. Tenis.
- B. Fútbol.
- C. Natación.
- D. Karate.
- E. No hay.

(1 punto)

13. ¿Qué porcentajes de niños prefiere el fútbol?

- A. 10 %
- B. 15 %
- C. 25 %
- D. 30 %
- E. 50 %

(1 punto)

14. ¿Qué porcentajes de niños prefiere natación?

- A. 32,5 %
- B. 35 %
- C. 36 %
- D. 40 %
- E. 45 %

(1 punto)

15. ¿Cuántos niños fueron encuestados?

- A. 15
- B. 15
- C. 20
- D. 30
- E. 40

(1 punto)

16. ¿Cuál de las siguientes alternativas no corresponde a una variable cualitativa?

- A. Color de pelo.
- B. Raza de un perro.
- C. Lugar de nacimiento.
- D. Cantidad de hermanos.
- E. Color favorito.

(1 punto)

17. Se quiere recopilar información sobre la cantidad de horas a la semana que dedica la gente a ver televisión. ¿Cuál de las siguientes preguntas plantearías?

- A. ¿Ves televisión todos los días?
- B. ¿Cuántos días a la semana ves televisión?
- C. ¿Qué tipo de programas televisivos dedicas a ver televisión?
- D. ¿Cuántas horas a la semana dedicas a ver televisión?
- E. ¿Es aconsejable ver televisión todos los días?

(1 punto)

18. ¿A partir de qué elemento se construyen los gráficos?

- A. De la tabla de frecuencia.
- B. De una fórmula matemática.
- C. Del conteo de datos.
- D. De la media y de la moda.
- E. De las medidas de tendencia central.

(1 punto)

A partir de la información de la tabla, responde las preguntas 19 y 20.

¿Cuántos hermanos tienes tú?

Número de hermanos	Cantidad de alumnos
0	10
1	20
2	15
3	5

19. ¿Cuál es la moda de los datos anteriores?

- A. Más de tres hermanos.
- B. Quince hermanos.
- C. Un hermano.
- D. Dos hermanos.

E. Tres hermanos.

(1 punto)

20. ¿Cuántos hermanos, en promedio, tienen los niños encuestados?

A. 1

B. 1,3

C. 1,4

D. 1,5

E. 2

(1 punto)

II. Ítem de desarrollo (13 puntos)

1. Lee y luego responde.

La tabla muestra la producción de cobre de la mina Chuquicamata (Codelco) por año y en miles de toneladas métricas.

Producción de cobre por año

AÑO	CHUQUI
1995	610,15
1996	632,28
1997	650,21
1998	650,15
1999	630,07

a) ¿Cuántos miles de toneladas métricas produjo Chuquicamata el año 1997?

(1punto)

c) ¿Cuál fue la producción de Codelco el año 1999?

(1punto)

c) ¿En cuántos miles de toneladas métricas aumentó la producción de cobre en Chuquicamata entre 1995 y 1999?

(1punto)

d) ¿En qué año se produjo la más alta producción de cobre en Chuquicamata?

(1punto)

e) ¿Cuál gráfico crees tú que representa mejor la información de la tabla? ¿Por qué?

Gráfico de barras

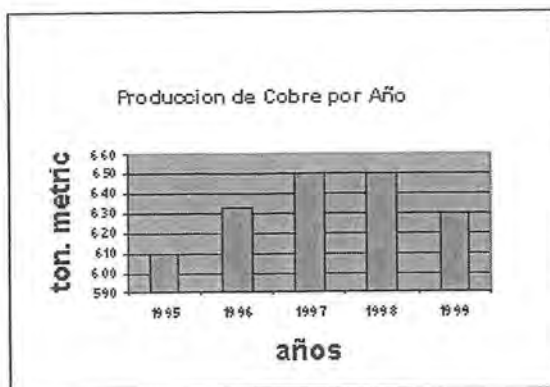
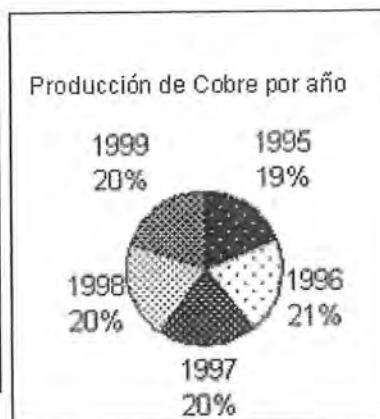


Gráfico circular



(2 puntos)

Con los siguientes datos que representan las edades de alumnos de tercer grado de secundaria construye una tabla y traza un histograma y un polígono de frecuencias.

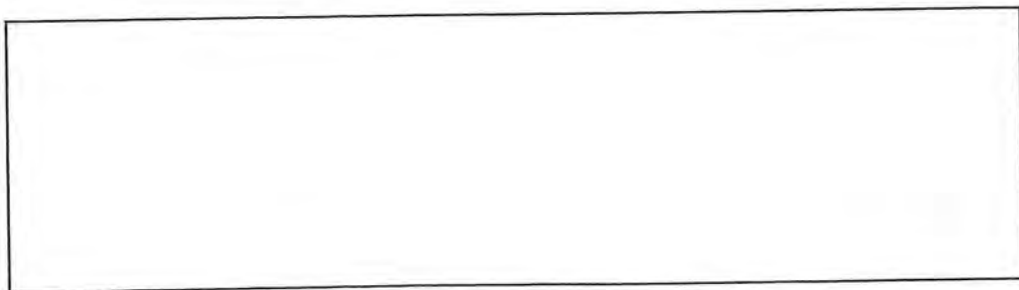
12, 15, 13, 14, 15, 16, 11, 13, 15, 14, 12, 13, 13, 14, 15, 16, 12, 13, 15, 15,
13, 14, 12, 11, 14, 15, 14, 12, 13, 14, 15, 12, 13, 15, 16, 12, 11, 13, 14, 15

Variable edad(años)	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual

(6 puntos)

- Gráfico.

(5 puntos)



2.- Examen resuelto por uno de los alumnos.

CENTRO DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO INDUSTRIAL Y DE
SERVICIOS NO. 253.

Nombre: Teh Escalante Condehuala Curso: 2010 B Fecha: 27/09/2010

Puntaje obtenido: _____ Calificación: 33

Lee atentamente cada una de las preguntas y no olvides revisar tu evaluación antes de entregarla.



Lee y luego responde las preguntas 1, 2, y 3.

En una ciudad se han registrado las siguientes temperaturas:
20 °C, 19 °C, 22 °C, 25 °C, 24 °C.

1. ¿Cuál es el rango de las temperaturas?

- A. 6 °C
- B. 12 °C
- C. 15 °C
- D. 22 °C X
- E. 25 °C

(1 punto)

2. ¿Cuál de las siguientes es una variable cualitativa?

- A. Número de comidas al día.
- B. Deporte preferido.
- C. Estatura de un niño. ✓
- D. Número de calzado.
- E. Cantidad de niños en una sala de clases.

(1 punto)

5. A qué concepto hace referencia la definición: "Parte representativa de la población sobre la que se efectúa la medición".

- A. Variable cuantitativa.
- ~~B. Muestra.~~ ✓
- C. Frecuencia absoluta.
- D. Media aritmética.
- E. Mediana.

(1 punto)

6. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

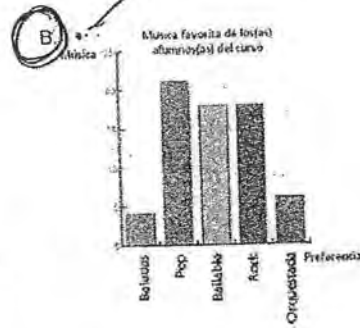
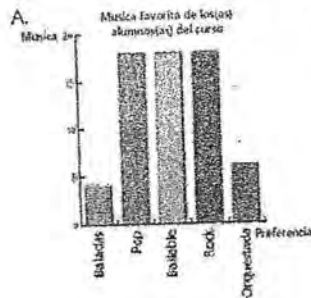
- A. Una muestra está contenida en la población.
- B. La masa de una persona es una variable cuantitativa.
- ~~C. El promedio es el dato que más se repite.~~ ✓
- D. Para obtener la mediana de una muestra esta debe estar ordenada.
- E. La variable es la característica que se desea medir.

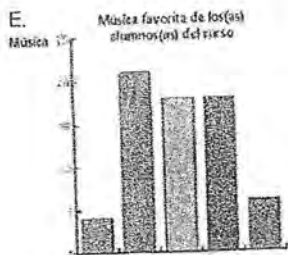
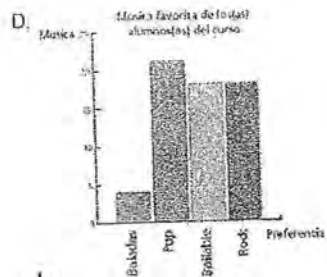
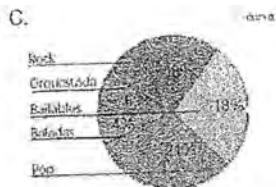
(1 punto)

7. ¿Qué tipo de gráfico representa la información de la tabla?

Música favorita de los alumnos(as) del curso

Música	Preferencia
Baladas	4
Pop	21
Bailable	18
Rock	18
Orquestada	6





(1 punto)

Lee y luego responde las preguntas 8, 9, 10 y 11.

Un una encuesta se obtuvo la siguiente información en relación a la cantidad de hermanos que tiene cada niño de un curso.

Número de hermanos de algunos niños del curso

Cantidad de hermanos	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada
0	4	4
1	6	10
2	7	17
3	3	20

8. ¿Cuántos niños fueron encuestados?

- A. 4
- B. 7
- C. 10
- D. 17
- E. 20

(1 punto)

9. ¿Cuántos niños tienen dos hermanos?

- A. 6
- B. 7
- C. 10
- D. 17
- E. 20

(1 punto)

10. ¿Cuántos niños tienen al menos dos hermanos?

- A. 6
- B. 13
- C. 10
- ~~D. 17~~
- E. 20

(1 punto)

11. ¿Cuántos niños tienen tres hermanos?

- A. 3
- B. 6
- C. 10
- D. 17
- E. 20

(1 punto)

Responde las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué es estadística?
- b) ¿Qué es una población?

- a) Es la recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación de un conjunto de datos de una población
- b) Es el conjunto de objetos de análisis en su cantidad total. (5 puntos)

Lee y luego responde las preguntas 12, 13 y 14.

Las preferencias en deporte de un grupo de niños se muestran en la siguiente tabla.

Deporte preferido

Deporte	Frecuencia absoluta
Tenis	4
Fútbol	6
Natación	7
Karate	3

12. ¿Cuál es la moda de la variable deporte?

- A. Tenis.
- B. Fútbol.
- C. Natación.
- D. Karate.
- E. No hay.

(1 punto)

13. ¿Qué porcentajes de niños prefiere el fútbol?

- A. 10 %
- B. 15 %
- C. 25 %
- D. 30 %
- E. 50 %

(1 punto)

14. ¿Qué porcentajes de niños prefiere natación?

- A. 32,5 %
- B. 35 %
- C. 36 %
- D. 40 %

E. 45 %

(1 punto)

15. ¿Cuántos niños fueron encuestados?

- A. 15
- B. 15
- C. 20
- D. 30
- E. 40

(1 punto)

16. ¿Cuál de las siguientes alternativas no corresponde a una variable cualitativa?

- ~~A. Color de pelo.~~
- B. Raza de un perro.
- C. Lugar de nacimiento.
- D. Cantidad de hermanos.
- E. Color favorito.

(1 punto)

17. Se quiere recopilar información sobre la cantidad de horas a la semana que dedica la gente a ver televisión. ¿Cuál de las siguientes preguntas plantearías?

- A. ¿Ves televisión todos los días?
- B. ¿Cuántos días a la semana ves televisión?
- C. ¿Qué tipo de programas televisivos dedicas a ver televisión?
- D. ¿Cuántas horas a la semana dedicas a ver televisión?
- E. ¿Es aconsejable ver televisión todos los días?

(1 punto)

18. ¿A partir de qué elemento se construyen los gráficos?

- A. De la tabla de frecuencia.
- B. De una fórmula matemática.
- C. Del conteo de datos.
- D. De la media y de la moda.
- E. De las medidas de tendencia central.

(1 punto)

A partir de la información de la tabla, responde las preguntas 19 y 20.

¿Cuántos hermanos tienes tú?

Número de hermanos	Cantidad de alumnos
0	10
1	20
2	15
3	5

19. ¿Cuál es la moda de los datos anteriores?

- A. Más de tres hermanos.
- B. Quince hermanos.
- C. Un hermano.
- D. Dos hermanos.
- E. Tres hermanos.

(1 punto)

20. ¿Cuántos hermanos, en promedio, tienen los niños encuestados?

- A. 1
- B. 1,3
- C. 1,4
- D. 1,5
- E. 2

(1 punto)

II. Ítem de desarrollo (13 puntos)

1. Lee y luego responde.

La tabla muestra la producción de cobre de la mina Chuquicamata (Codeco) por año y en miles de toneladas métricas.

Producción de cobre por año

AÑO	CHUQUI
1995	610,15
1996	632,28
1997	650,21
1998	650,15
1999	630,07

a) ¿Cuántos miles de toneladas métricas produjo Chuquicamata el año 1997?

650 mil 21 ✓

(1 punto)

b) ¿Cuál fue la producción de Codelco el año 1999?

630 mil 07 ✓

(1 punto)

c) ¿En cuántos miles de toneladas métricas aumentó la producción de cobre en Chuquicamata entre 1995 y 1999?

~~2,012~~ X

(1 punto)

d) ¿En qué año se produjo la más alta producción de cobre en Chuquicamata?

en 1997 ✓

(1 punto)

e) ¿Cuál gráfico crees tú que representa mejor la información de la tabla? ¿Por qué?

Gráfico de barras

Gráfico circular



porque obica correctamente los datos dando mejor entendimiento al lector.

(2 puntos)

Con los siguientes datos que representan las edades de alumnos de tercer grado de secundaria construye una tabla y traza un histograma y un polígono de frecuencias.

12, 15, 13, 14, 15, 13, 11, 13, 15, 14, 12, 13, 13, 14, 15, 13, 12, 13, 15, 15, 13, 14, 12, 13, 14, 15, 14, 12, 13, 14, 15, 12, 13, 15, 13, 12, 11, 13, 14, 15

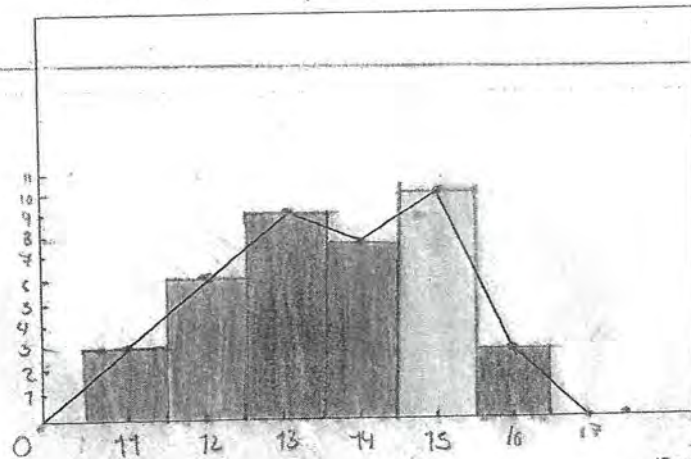
Variable edad(años)	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual
11	3	3	0.076	7.69%
12	6	9	0.153	15.38%
13	9	18	0.230	23.08%
14	8	26	0.205	20.51%
15	10	36	0.256	25.64%
16	3	39	0.076	7.69%

$\Sigma = 39$

Var 10 (1)

99.98% \approx 100%
(6 puntos)

• Gráfico.



(5 puntos)

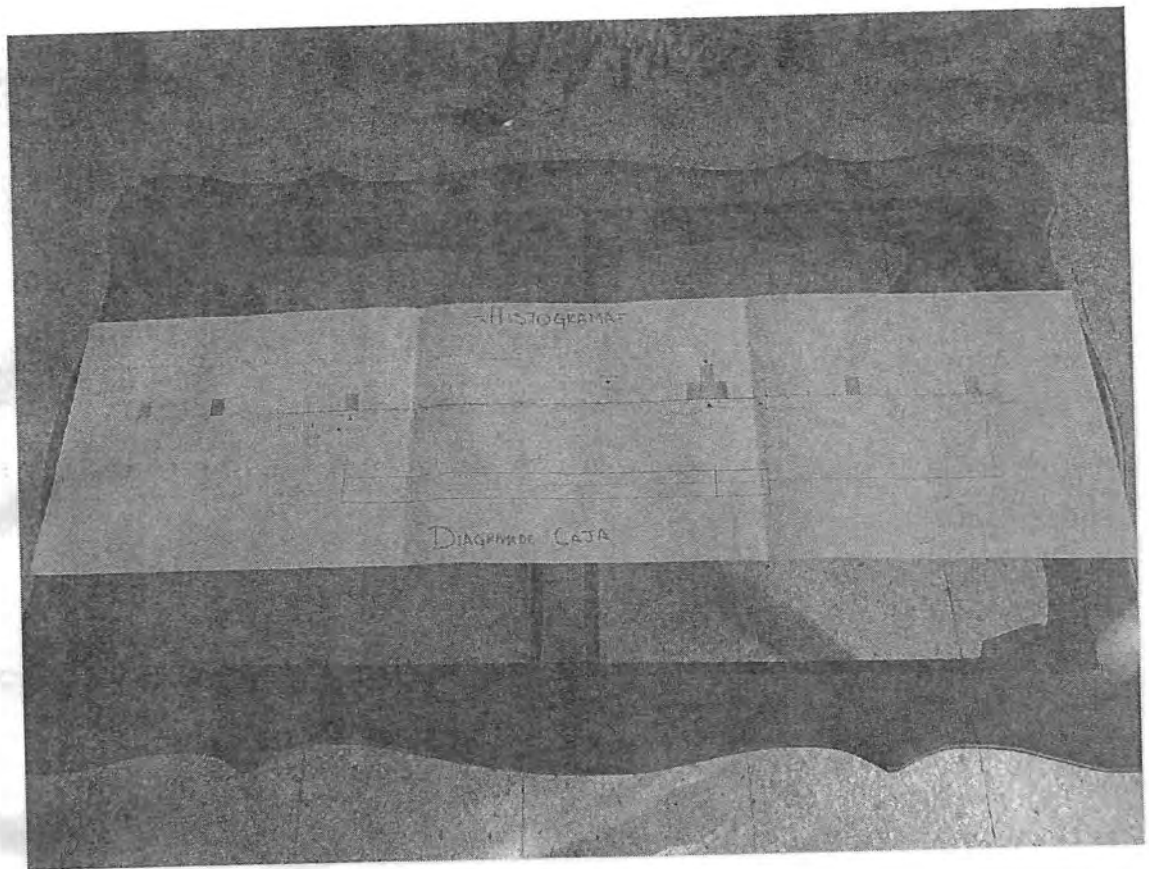


Foto 2.- Gráfica 2 del histograma y diagrama de caja

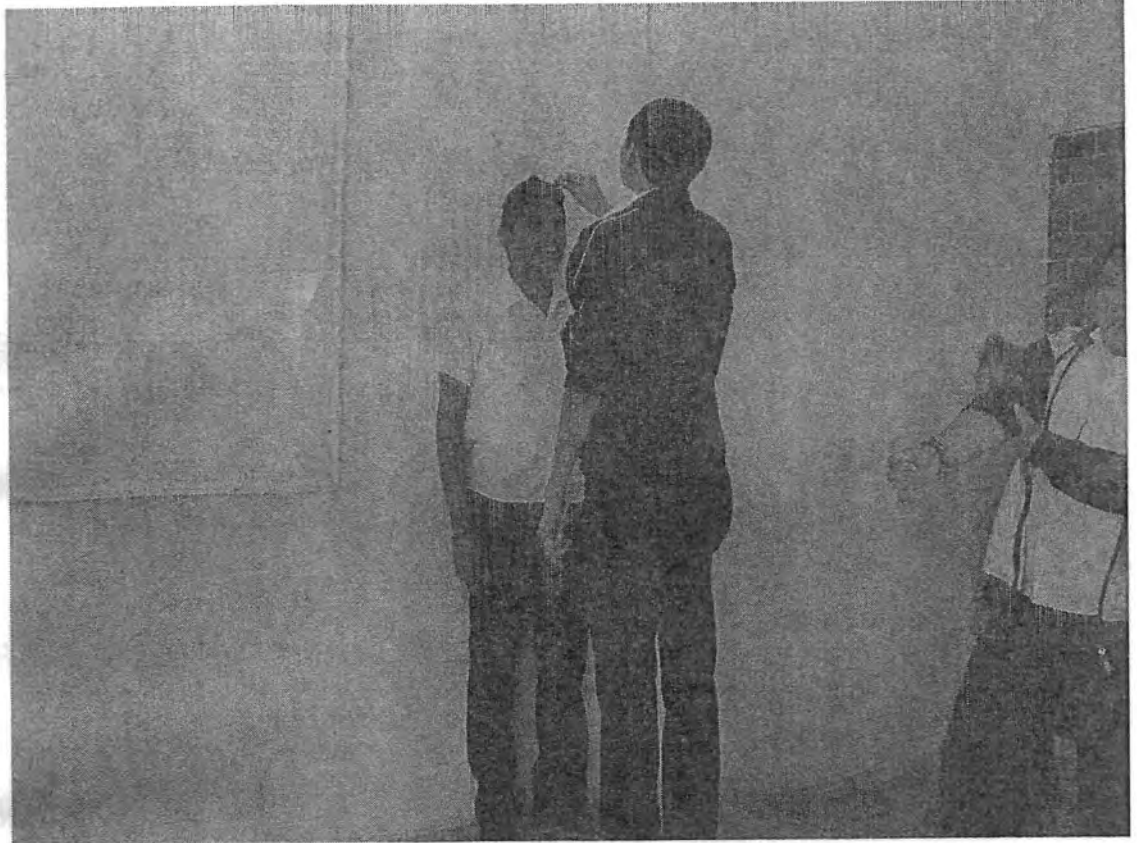


Foto 3.- Medición de la altura de los estudiantes.

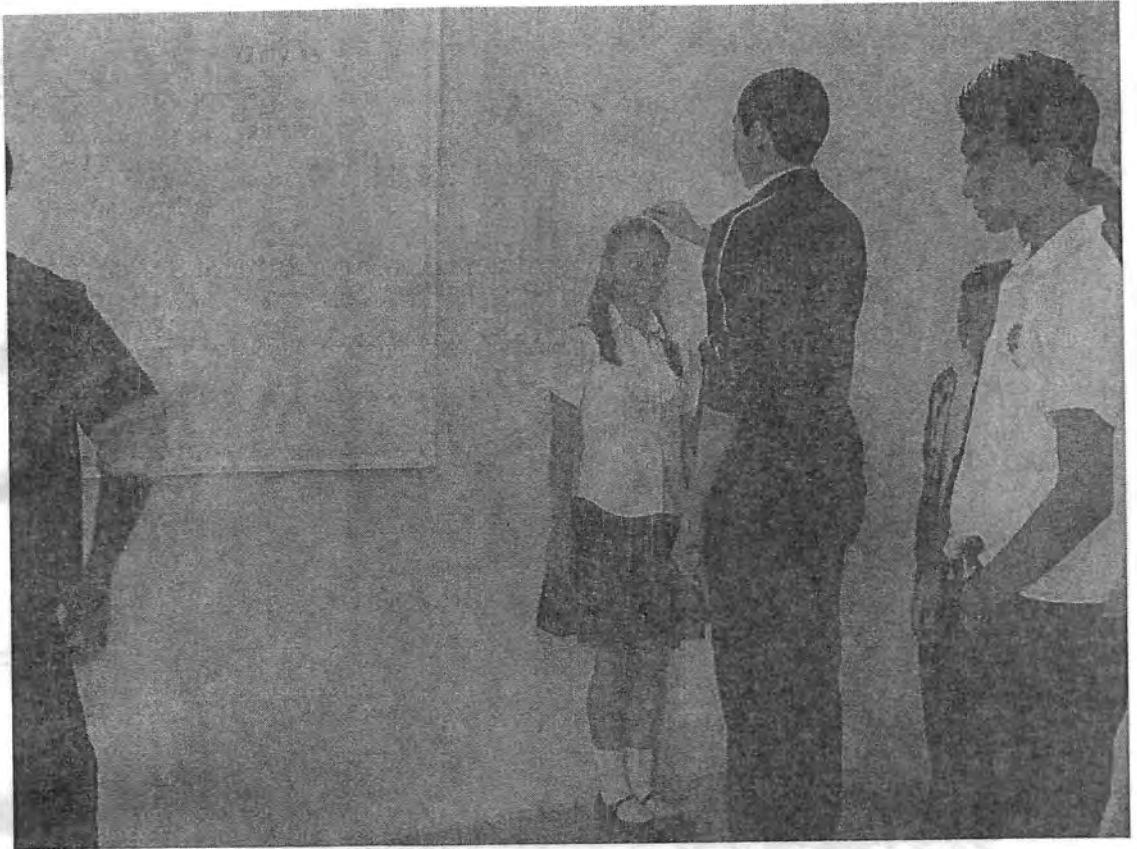


Foto 4.- Medición de la altura de los estudiantes.

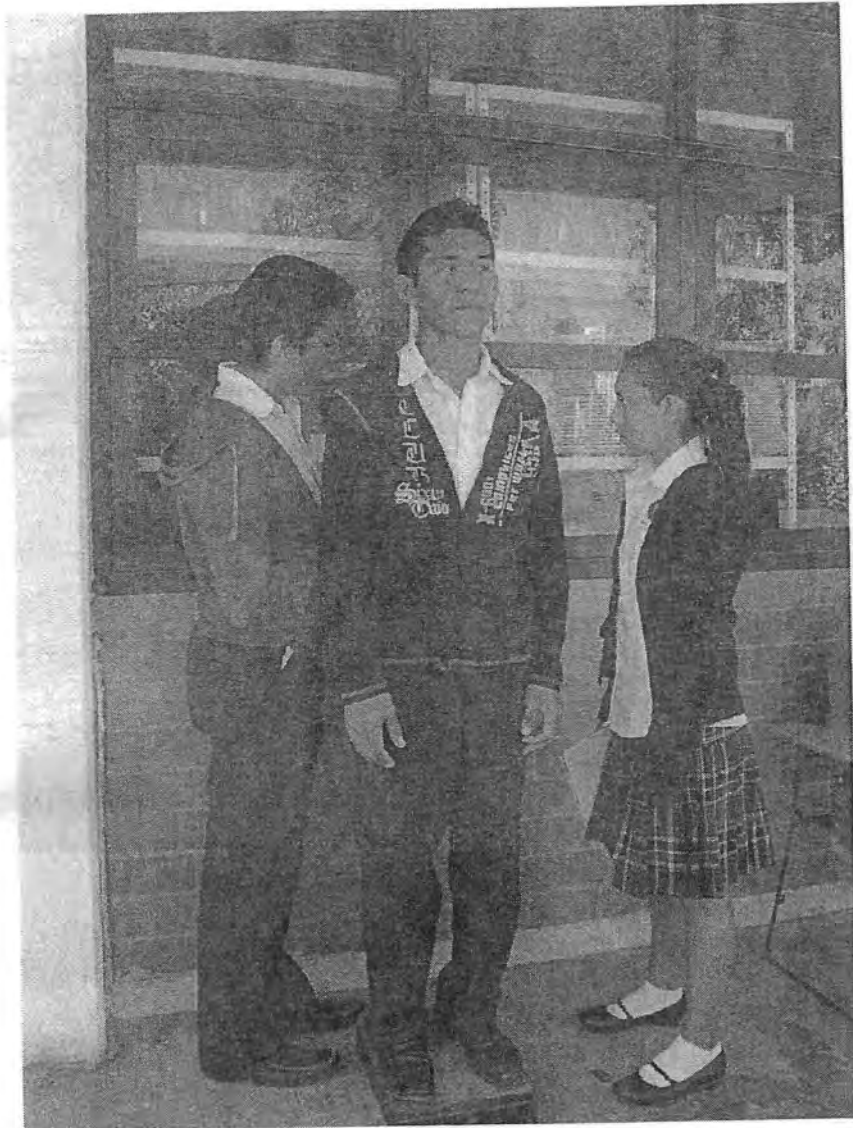


Foto 5.- Medición del peso de los alumnos.



Foto 6.- Recopilación de los datos de altura y peso de los alumnos.



Foto 7.- Medición del peso de los alumnos.