UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO
DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍA

Secuencia didáctica para profundizar en la comprensión del concepto de proporcionalidad

Tesis
Para obtener el grado de
Maestra en enseñanza de las matemáticas

Presenta
María José Aviña González

Directora
Dra. Verónica Vargas Alejo
Codirector
Dr. César Cristóbal Escalante

Asesores
Dr. Aarón Víctor Reyes Rodríguez
Dra. Angelina Alvarado Monroy
Mtra. Melissa Blanqueto Estrada

Chetumal Quintana Roo, México, marzo de 2018

UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO
DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍA

TRABAJO DE TESIS BAJO LA SUPERVISIÓN DEL COMITÉ DEL PROGRAMA DE MAESTRÍA Y APROBADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

COMITÉ DE TESIS

DIRECTOR: ______________________
Dra. Verónica Vargas Alejo

CODIRECTOR: ______________________
Dr. César Cristóbal Escalante

ASESOR: ______________________
Dra. Angelina Alvarado Monroy

ASESOR: ______________________
Dr. Aarón Víctor Reyes Rodríguez

ASESOR: ______________________
MTI. Melissa Blanqueto Estrada

CHETUMAL, QUINTANA ROO, MÉXICO, MARZO DE 2018.

AGRADECIMIENTOS

Me es insuficiente una hoja para escribir el nombre de las personas que me han apoyado, de una u otra manera, durante el tiempo de realización de este proyecto. Me detengo a pensar, entre líneas, en lo irónico de estar escribiendo este apartado de la tesis un 8 de Marzo, sobretodo porque en mi mente hay muchos nombres de mujeres que me han inspirado a superarme desde mi infancia hasta el momento actual. No puedo dejar de reconocer la labor de aquellas mujeres que no conocí pero lucharon por los espacios que me permitieron tener acceso a una educación superior. Los retos siguen presentándose pero reconozco la labor de instituciones, como el CONACyT, que buscan estrechar la brecha en las áreas que les corresponden.

Obviamente, las mujeres que integran mi familia, jugaron un papel muy importante, por ello, agradezco su apoyo incondicional, en este y otros proyectos que he emprendido: Julia Fátima Del Sagrado Corazón González; Fátima Judith Aviña González; Ámbar Pranahuti Pérez Aviña y Jade Pranaya Pérez Aviña. Sin embargo, debo reconocer que hubo mujeres con las que no comparto lazos sanguíneos, pero sin su orientación, apoyo y guía, me hubiese sido imposible llevar a cabo este proyecto. Entre ellas puedo mencionar a mi directora de tesis, Dra. Verónica Vargas Alejo, quien fue para mí un ejemplo de superación, entrega, paciencia y pasión. También agradezco a la Dra. Angelina Monroy Alvarado, María Belem Salas Salazar, Adelaida Cohuo Salazar y Hermelinda Perera Rodríguez, por ser parte de las personas que me inspiran y, quienes de una u otra manera, me han acompañado en este y otros proceso de superación personal.

Por supuesto, no puedo dejar fuera a los hombres que me acompañan en mi camino, José María Aviña Parra, Josué Sebastián Aviña González y Andrés Arim Pérez Salas, así como profesores y colegas con quienes tuve la dicha de compartir experiencias en el aula y de quienes he aprendido mucho. Entre ellos puedo mencionar al Dr. Cesar Cristóbal Escalante, Aldo David Moreno Habana y Carlos Eduardo Uc May.

De antemano me disculpo por no mencionar a todas las personas que me brindaron su apoyo, pero como escribí en un principio, me es insuficiente una hoja... a todas ellas. GRACIAS.

DEDICATORIA

Busquemos que nuestras obras sean dignas de recordarse,
promulgarse y emularse.

MJAG

A las instituciones que abren espacios dirigidos a reducir el margen de desigualdad.

A quienes, con sus aportaciones, buscan el beneficio común sin pensar en la recompensa.

A quienes no reciben una retribución equiparable a su contribución.

A quienes han luchado por una causa justa permitiendo que se abran las puertas para los que vendrán.

A mi bisabuela, abuela, madre, hermana, hijas, tutora de tesis, amigas... a las mujeres que me precedieron, a las que son mis contemporáneas y a aquellas que son mis sucesoras.

A todos ustedes, les agradezco su presencia, su apoyo y su paciencia. Sé que mi aportación es pequeña, pero no será la última, con su apoyo e inspiración sé que vendrán más proyectos.

RESUMEN

El presente trabajo de tesis documenta el diseño, implementación y evaluación de una propuesta didáctica cuyo objetivo es profundizar sobre la noción de proporcionalidad y conceptos relacionados como numero racional, razón, análisis de unidad dimensional y función lineal, en estudiantes de los primeros semestres de nivel superior, a través de la modelación de situaciones cercanas a la realidad.

El marco teórico incluye una revisión de literatura donde se describe el concepto de proporcionalidad y conceptos asociados como: razón, porcentaje, proporción y razonamiento proporcional. Estas descripciones permiten introducir la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la noción de proporcionalidad identificada desde la perspectiva de los campos conceptuales multiplicativos expuesta por Vergnaud (1990). Se presenta la Perspectiva de Modelos y Modelación como un marco teórico para abordar la problemática. La concepción de lo que significa el aprendizaje y los criterios para el diseño de las Actividades Provocadoras de Modelos [APM] fueron fundamentales para elaborar e implementar la secuencia didáctica.

La implementación de las APM que integraron la secuencia didáctica se llevó a cabo en cuatro fases: la primera consistió en la realización de una actividad de calentamiento; la segunda implicaba la resolución de una situación problemática en equipo y se caracterizó por la construcción de modelos para resolver el problema; la tercera implicaba la discusión grupal de los modelos alcanzados en equipo; y finalmente la cuarta implicaba la resolución individual de la APM. La secuencia fue evaluada en base a los ciclos de entendimiento descritos por Vargas, Reyes y Cristóbal (2016). Los estudiantes participantes fueron del nivel superior.

Los resultados muestran que al resolver las APM los estudiantes profundizaron en la noción de proporcionalidad y conceptos relacionados como función lineal, al refinar su conocimiento existente e integrar el conocimiento adquirido permitiendo la modificación, ampliación y evaluación del modelo de solución alcanzado. Los avances percibidos en los estudiantes permiten afirmar que los objetivos de la

secuencia didáctica fueron alcanzados al identificar una transición entre los ciclos de entendimiento (cualitativo, cuantitativo y algebraico) en los modelos expuestos por los estudiantes durante las actividades de evaluación.

Es importante resaltar que las APM no son herramientas aisladas, vienen acompañadas de la participación del docente como guía del estudiante en el descubrimiento y construcción de relaciones o distintas formas de pensar, lo cual, permite que cada alumno modifique, extienda, refine y profundice en la noción de proporcionalidad. Lo anterior es observable en las representaciones utilizadas por los alumnos y la fluidez entre las mismas.

CONTENIDO

FIGURAS

TABLAS

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA

Este capítulo está integrado por los antecedentes, la justificación y la descripción del problema de investigación. De igual manera se presenta el objetivo de la tesis, así como los alcances y limitaciones de este trabajo.

1. 1 Antecedentes

La proporcionalidad es un concepto con gran importancia en el currículo escolar por estar relacionado con la mayoría de los contenidos de matemáticas, y está presente en otras asignaturas tales como Física, Biología, Química, entre otras. De igual manera, el razonamiento proporcional es considerado una herramienta matemática importante, dado que, múltiples fenómenos físicos y económicos pueden modelarse utilizando los conceptos de razón y proporción; así también, muchos son los problemas cotidianos que pueden resolverse con técnicas relacionadas con la proporcionalidad (Oller-Marcén y Gairín-Sallán, 2013).

El razonamiento proporcional se desarrolla a lo largo de la vida cotidiana y académica del alumno. No obstante, Chevallard, Bosch y Gascón (1997) reconocen que, a pesar de su importancia, la proporcionalidad se considera como una noción paramatemática, es decir, como una herramienta transparente, útil para describir y estudiar otros objetos matemáticos. Chevallard y sus colaboradores añaden que la didáctica de las matemáticas se ha visto forzada a cuestionar la transparencia del conocimiento matemático, a problematizarlo y a integrar entre sus objetos de estudio, nociones matemáticas como la proporcionalidad.

En la didáctica de las matemáticas son varios los investigadores preocupados por estudiar las dificultades que enfrentan los alumnos para la comprensión de la proporcionalidad. Las observaciones más frecuentes de los investigadores respecto al origen de este problema están relacionadas con la enseñanza-aprendizaje de este concepto desde la educación primaria. En los niveles básicos, cuando el razonamiento proporcional comienza a promoverse en los niños, "es remplazado rápidamente por la regla de tres" (Mochón 2012, p. 133). Esta "sustitución" genera una complicación la cual es explicada por Panizza y Sadovsky (1991):

> (…) el estatus con que se presenta el método ubica al alumno en la situación de estar aprendiendo un concepto nuevo (el de la proporcionalidad), cuando en realidad está aprendiendo un método (que es válido cuando hay proporcionalidad).Todo esto crea una confusión entre el concepto y el método, y tiene como una de sus consecuencias el aprendizaje de un mecanismo ciego, independiente de los problemas que permite resolver. (Citados por Crippa,Grimaldi y Machiunas, 2005, p. 63).

En el nivel universitario, también se ha encontrado que muchos estudiantes tienen dificultades para comprender y utilizar el concepto de proporcionalidad al enfrentar problemas cuya solución requiere de razonar proporcionalmente. Las afirmaciones anteriores se encuentran sustentadas en los estudios de Abrate, Pochulu y Vargas (2006) y Valverde (2013).

Valverde (2013) cita la investigación de Ben Chaim, Keret e Ilany (2012) quienes señalan cuatro dificultades cognitivas asociadas al aprendizaje de la noción de proporcionalidad y las cuales mencionaremos a continuación:

Como primera dificultad cognitiva, Ben Chaim, Keret e Ilany (2012) mencionan las investigaciones de Inhelder y Piaget (1958) quienes señalan que el esquema proporcional es un esquema operatorio de segundo orden, el cual, requiere de realizar una operación cognitiva después de complementar otra. Para Piaget, esta dificultad está relacionada con comprender la noción de proporción, pues, requiere la habilidad de comparar dos razones donde las variables deben coordinarse inicialmente a través de una relación.

Como segunda dificultad, los investigadores citan el trabajo de Vergnaud (1995) quien señala que los problemas de razón y proporción están situados en el campo conceptual multiplicativo, cuya complejidad es mayor al del aditivo. El razonamiento aditivo se desarrolla en edades tempranas, sin embargo, puede convertirse en un obstáculo para el razonamiento multiplicativo, puesto que, las ideas aditivas pueden propiciar la construcción de modelos multiplicativos inadecuados (como multiplicar a través de sumas reiteradas) lo que conlleva a dificultades cuando el multiplicador no es un numero natural (Greer, 1987). Los modelos de división cuotitiva[1,] y partitiva[2] pudieran llevar a los estudiantes a conclusiones inadecuadas si generalizan estos modelos y creen que el "cociente siempre es menor que el dividendo, el dividendo siempre es mayor que el divisor y que el divisor siempre es un numero natural" (p.182). Lo anterior genera confusión cuando los datos no se ajustan a estas condiciones. Tirosh y Tsamir (2004) consideran que el efecto de usar habitualmente esos modelos intuitivos pudiera explicar muchas de las dificultades que experimentan niños, adolescentes y adultos en los problemas de razón y proporción.

La tercera dificultad cognitiva hace referencia a la naturaleza de la razón cuando el valor de esta es una cantidad intensiva formada como una nueva unidad (ejemplo: velocidad, potencia, densidad, etc.). Estas nuevas unidades requieren de nociones matemáticas vinculadas a la proporción, así como de la comprensión de leyes y propiedades relevantes en las mismas. Lamon (2007) menciona que muchas de esas leyes, principios o propiedades son comprendidas de manera intuitiva por los estudiantes como resultado de experiencias vividas antes de la instrucción formal. Sin embargo, además de comprender los principios que rigen esas unidades, los estudiantes deben ser capaces de transformar e interpretar los resultados cuantitativos obtenidos en respuestas cualitativas y, aunado a esta dificultad, deben organizar las cantidades de la situación en una razón y, posteriormente, establecer la relación en un esquema de proporción.

Los investigadores relacionan la cuarta dificultad con la capacidad de comprender intuitivamente el tipo de problema de razón y de proporción que ha de resolverse.

---

[1]Cuotitiva: "papel que puede representar el divisor como cantidad fija que se reparte hasta formar un determinado número de partes". (Fernández 2014, p. 4)

[2]Partitiva: "papel que puede representar el divisor como número de partes en que se divide una cantidad inicial". (Fernández 2014, p. 4)

Esta dificultad surge en el caso de la proporción inversa, puesto que la demanda cognitiva es mayor tanto para niños como para adultos. Cuando el estudiante reconoce la relación proporcional en el problema pero no logra identificar de qué tipo es, indudablemente la solución será errónea.

Existen investigaciones y propuestas didácticas enfocadas a resolver las dificultades presentadas en los estudiantes en los primeros años de estudio. Sin embargo, pese a que existen numerosos estudios relacionados con la proporcionalidad y su enseñanza-aprendizaje en primaria y secundaria, son pocas las investigaciones señalan las deficiencias que presentan los estudiantes universitarios relacionadas con nociones matemáticas básicas y son menos aún, las propuestas para tratar de corregir este problema.

Es necesario diseñar, implementar y evaluar secuencias didácticas que permitan a los estudiantes de nivel superior profundizar en el concepto de proporcionalidad y conceptos relacionados, así como, desarrollar la habilidad de utilizarlo para resolver situaciones en distintos contextos.

1.2. Justificación

En México los programas curriculares incluyen el tema de la proporcionalidad en la educación primaria y secundaria donde se abordan problemas de valor faltante, de comparación de razones, porcentajes y, de composición de relaciones de proporcionalidad. Para Megginson, Sosa, Padilla, Solares, Martínez y Lozano (2015) “además, se incorpora el estudio sistemático de problemas de reparto proporcional, proporcionalidad inversa y proporcionalidad múltiple” (p. 30).

Megginson et al. (2015) agregan que:

> El estudio de la proporcionalidad en el nivel de secundaria está caracterizado en México por la incorporación de herramientas provenientes del álgebra. Poco a poco del estudio de las relaciones de proporcionalidad va derivándose el estudio de las funciones lineales, que continuarán desarrollándose hasta la educación superior. (p. 30)

Los mismos investigadores especifican que durante la educación secundaria, el uso de la aritmética provee a los alumnos de tablas de variación, mientras que el uso del álgebra les permite el estudio de funciones lineales a través de las gráficas cartesianas y las expresiones algebraicas. De esta manera el alumno da significado a la igualdad establecida entre distintos objetos matemáticos involucrados en las relaciones de proporcionalidad y en las funciones lineales.

En el nivel universitario se ha encontrado que algunos planes de estudio incluyen el tema de proporcionalidad como objeto de aprendizaje. El plan de estudios de varias carreras de la Universidad de Quintana Roo, incluida la Licenciatura Médico Cirujano, contempla una asignatura de matemáticas la cual se denomina Matemáticas Generales (AG-109). Fue diseñada para los alumnos de primer semestre de la licenciatura cuyas edades oscilan entre los 18 y 20 años. El curso pretende que el alumno adquiera destreza, gusto y seguridad en la utilización de los conocimientos mínimos de matemáticas, lo cual implica, comprensión de conceptos y habilidad para manejar algoritmos necesarios para el análisis de información básica, estadística y valorativa (Cristóbal, 2007).

El curso busca desarrollar en los estudiantes la habilidad de elaborar modelos matemáticos sencillos para una diversidad de situaciones problémicas en distintas áreas de la ciencia. Con base en lo anterior, la asignatura marca los siguientes objetivos generales (Cristóbal, 2007)

> Que el alumno reafirme y mejore la comprensión de los conceptos y el manejo de los algoritmos típicos de la matemática elemental.
>
> Que sea capaz de hacer uso de los conocimientos adquiridos para traducir situaciones problémicas de distintas áreas de la ciencia a modelos matemáticos.

Dentro del programa de la asignatura, de manera específica, el concepto de proporción se menciona de manera explícita en dos de los cuatro temas en los que se divide el curso:

- El Tema 2 está dedicado a las Progresiones. El bloque comprende cinco subtemas entre los cuales se encuentra el de Diferencias: razón y proporciones. El tiempo de clase asignado a este bloque es de 18 horas de clase y 2 horas de evaluación.
- El Tema 4 está enfocado a Probabilidad y Estadística. El bloque comprende cuatro subtemas, entre los cuales se encuentran: conjuntos y subconjuntos en la población, proporciones y porcentajes respecto al total. El tiempo de clase asignado a este bloque es de 18 horas de clase y 2 horas de evaluación.

Los otros dos temas de la asignatura (Funciones y Álgebra) también están relacionados con la proporcionalidad de manera implícita. El concepto de proporcionalidad es un concepto básico relacionado estrechamente con varios temas de la asignatura AG 109, por ello es importante el desarrollo del conocimiento de proporcionalidad en este curso.

Como ya se mencionó previamente, aun cuando la proporcionalidad se incluye en programas y planes de estudio de distintos niveles educativos, se han observado dificultades de comprensión para identificar y usar la proporcionalidad en la modelación de situaciones, aun en el nivel superior (Valverde, 2013). Es decir, al parecer los estudiantes no desarrollaron comprensión sobre el concepto de proporción en los niveles básicos. Lo anterior conduce a establecer la siguiente pregunta: ¿Qué tipo de actividades pueden integrar una secuencia didáctica que permita a los estudiantes de nivel superior profundizar en la noción de proporcionalidad (así como conceptos relacionados con esta noción) y utilizar este conocimiento en la resolución de situaciones cercanas a la realidad?

Para la NCTM (2003) las matemáticas se recuerdan, cobran sentido y se aplican más fácilmente cuando los estudiantes conectan, de forma significativa, los conocimientos adquiridos a los ya existentes. Por ello, es importante diseñar, desarrollar e implementar secuencias didácticas que incluyan actividades que faciliten enlaces o conexiones entre conocimientos que se encuentran desarticulados para permitir la transversalidad[3] y su uso en distintos contextos.

1.3. Objetivo general de la tesis

El objetivo general de esta tesis es documentar el diseño, la implementación y la evaluación de una propuesta didáctica diseñada para permitir a los estudiantes de los primeros semestres de la Universidad de Quintana Roo, inscritos en la carrera de Licenciatura de Médico Cirujano, profundizar sobre la noción de proporcionalidad de tal forma que sean capaces de utilizar este conocimiento en la resolución de situaciones cercanas a la realidad.

Al final de la implementación de la secuencia didáctica se espera que los estudiantes puedan resolver situaciones como las siguientes (Figura 1.1 y Figura 1.2)

La sala de urgencias de un hospital recibe a 6 pacientes adultos con el mismo cuadro infeccioso y el médico de guardia debe administrar una solución de medicamento cuyo fármaco debe estar a razón de .02 ml por cada .15ml de diluyente. La solución resultante del medicamento se administra en dosis de 0.075 ml por cada 1,500 g de peso corporal. El peso en kilogramos de cada uno de los pacientes ingresados es: 58kg, 52kg, 60kg, 69kg, 71kg y 83kg.

Si el hospital cuenta con una cantidad limitada del fármaco sin diluir y los pacientes requieren varias dosis del tratamiento en el hospital ¿Cómo podemos estimar la cantidad de fármaco requerida para el tratamiento de los 6 pacientes ingresados?

Si el hospital cuenta con una cantidad limitada del fármaco sin diluir y los pacientes sólo requieren de una dosis en el hospital, ¿Cómo se podría estimar la cantidad de pacientes que puede atender con el mismo tratamiento en el hospital?

Figura 1.1. Problema: concentración de fármaco

[3] Reyes-Gasperini (2013) define como “asuntos de naturaleza transversal” aquellos que resultan fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas y de las ciencias como: desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, la constitución de un lenguaje gráfico para las funciones, el desarrollo del pensamiento trigonométrico, el pensamiento proporcional y el pensamiento estadístico.

Un hospital privado decide comprar un equipo cuyo precio de venta en efectivo (de contado) es de $159,000 pesos. Disponen de $10,000 pesos en efectivo para el enganche y basados en datos históricos saben que al mes dispondrán de $5,000.00 pesos mensuales para liquidar su deuda, por lo que están dispuestos a adquirir un financiamiento por 3 años. Dadas estas condiciones, el vendedor de los equipos de ultrasonido les propone tres formas de pago distintas.

Analiza los tres planes de financiamiento y sugiérele al hospital cuál de los tres debe escoger y explica por qué.

PLAN A

Este esquema contempla el pago de un enganche de 10,000 pesos de contado y mensualidades a pagar fijas de $5,000 pesos mensuales durante 36 meses.

Tabla 1

Plan A	
Enganche	$ 10,000.00
Mensualidad fija	$ 5,000.00
Plazo	36 meses

PLAN B

Bajo este esquema el precio del equipo de ultrasonido asciende a $170,000.00 pesos. Los pagos se realizaran de la siguiente manera: $10,000.00 pesos de contado (lo cual representa el enganche del equipo) y 36 mensualidades donde cada mensualidad será de $1,050 más el 6.4% de interés sobre el saldo que resta por pagar (también llamados saldos insolutos).

Tabla 2

Plan B	
Precio Vta	$ 170,000.00
Enganche	$ 10,000.00
Mensualidad fija	$ 1,050.00
Saldo por pagar	$ 160,000.00
Interes sobre saldos insolutos	6.4%

PLAN C

Pagar de contado el equipo. Esto es, pagar $159,000 pesos en efectivo a la empresa para adquirir el equipo. Como el hospital sólo cuenta con $10,000 pesos en efectivo, para poder pagar de contado el equipo, debe solicitar al banco un préstamo a 36 meses por lo que resta por pagar. El banco ofrece un 11% de interés al año.

Tabla 3

Plan C	
Precio Vta	$ 159,000.00
Enganche	$ 10,000.00
Monto financiado	$ 149,000.00
interes anual	11%

Figura 1.2. Problema: Adquisición de un producto a crédito

Estas actividades (ver Anexo 2) implican el uso de conceptos relacionados con la proporcionalidad como razón, número racional, porcentaje y función lineal de la forma: $f(x) = ax$; y la posible construcción de distintas representaciones (tabulares, gráficas y algebraicas). Estas actividades permiten profundizar en el concepto de proporcionalidad al identificar situaciones donde el modelo proporcional es apropiado o no para la resolución del problema.

1.4 Alcances y limitaciones de la secuencia didáctica

La secuencia didáctica fue diseñada para una población específica de alumnos de nivel superior: estudiantes de la Licenciatura en Médico Cirujano quienes pertenecen al Departamento de Ciencias de la Salud de la Universidad de Quintana

Roo. Sin embargo, puede implementarse con estudiantes de nivel medio superior y primeros semestres del nivel superior de la misma institución.

La secuencia didáctica fue implementada tomando en cuenta sugerencias del marco teórico de Modelos y Modelación, porque interesaba que los estudiantes relacionaran varios conceptos como: variación, razones, porcentajes y función lineal; así como desarrollar habilidades que les permitiesen a los estudiantes utilizarlos para crear modelos, describir e interpretar situaciones. No interesó desarrollar destrezas en el uso de algoritmos matemáticos, sino que los estudiantes validaran el uso de distintas estrategias para resolver problemas, y la argumentación y discusión de ideas en el aula, como parte del proceso de aprendizaje de las matemáticas. La comunicación debía ser considerada primordial para apoyar el desarrollo de conocimiento.

Durante la implementación de la secuencia, el tiempo fue crucial y estuvo limitado por varios factores como: el tiempo asignado dentro del plan de estudios y la disposición de los estudiantes. Lo anterior influyó en el avance de los alumnos en la resolución de las situaciones problemáticas propuestas en las actividades.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta una revisión de la literatura bajo la cual se ha fundamentado el trabajo de tesis. Se describen el concepto de proporcionalidad y conceptos asociados como: razón, porcentaje, proporción y razonamiento proporcional. En el capítulo se muestran cómo se aborda este concepto en algunos libros de texto oficiales de matemáticas. La problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad se abordan desde el punto de vista de Vergnaud. Finalmente se incluye la perspectiva de Modelos y Modelación Matemática, la cual fue fundamental para el diseño, análisis y evaluación de la secuencia didáctica que se presenta en esta tesis.

2.1 Proporcionalidad y conceptos asociados: razón, porcentaje, proporción y razonamiento proporcional.

Antes de abordar la noción de proporcionalidad, la proporción y el razonamiento proporcional, es conveniente comenzar por presentar la definición de uno de los conceptos matemáticos elementales implicados: la razón.

Las definiciones que se presentan a continuación son importantes, puesto que son conceptos matemáticos básicos que se utilizan en la tesis.

2.1.1 La razón y su relación con otros conceptos

La razón es uno de los conceptos fundamentales de la proporción, por ello la comprensión del concepto es clave. Godino y Batanero (2002) definen a la razón de la siguiente manera:

> La razón de un número a a un segundo número b, distinto de cero, es el cociente que se obtiene al dividir a entre b. De esta manera la razón de a a b es $\frac{a}{b}$, o, como se escribe frecuentemente, $a{:}b$ en donde los dos puntos indican división. (p. 421)

Mientras que para Rees y Sparks (2011):

> Si a y b son magnitudes de la misma especie, se deben expresar en la misma unidad para que $\frac{a}{b}$ tenga sentido [...] Si a y b no representan magnitudes de la misma especie, la razón a: b representa la porción de a que corresponde a la unidad b. (p. 197)

La discrepancia entre ambas definiciones es muy sutil, aunque ambas definen el mismo concepto (la razón) lo hacen desde distintas perspectivas: la definición expuesta por Rees y Sparks (2011) hace referencia a magnitudes mientras que la mencionada por Godino y Batanero (2002) toma en cuenta a números. Esta diferencia entre ambas definiciones permite observar lo que Oller y Gairín (2013) mencionan como la dicotomía que conduce a la aritmetización del concepto euclídeo de razón pues, según los autores “las dos posibles maneras de enfocar dicho proceso suponen considerar que tiene sentido definir la razón: entre dos cantidades de la misma magnitud y entre dos números” (p. 333).

En la misma dirección, la razón es considerada como uno de los subconstructos de los números racionales[4], los cuales pueden expesarse de forma $\frac{a}{b}$. Behr, Harel, Post y Lesh (1992) a través del Rational Number Proyect (RNP) definen cinco subconstructos de los números racionales: parte-todo, cociente, medida, operador y razón. Por otra parte, Ramírez y Block (2009) explican que “en los estudios sobre la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales, las razones son tematizadas como uno de los significados (o constructos) posibles de las fracciones” (p. 64) y esto implica que el interés recae en la fracción y sus distintos significados y no en lo que la precedió (la razón no expresada como fracción).

Ante la necesidad de esclarecer la diferencia entre los términos “razón” y “fracción” Batanero y Godino (2002) citan a Hoffer (1988) quien explica la distinción:

[4] Crespo (2009) define un número racional como aquel que puede expresarse como el cociente de dos números enteros, con el denominador distinto de cero. De esta definición se deriva la propiedad que se relaciona con los sistemas de numeración: la periodicidad. Un número es racional si y sólo si su expresión decimal es periódica. (p. 22)

> La idea clave es que las fracciones son “cualquier par ordenado de números enteros cuya segunda componente es distinta de cero”; mientras que una razón es “un par ordenado de cantidades de magnitudes”. Cada una de esas cantidades vienen expresadas mediante un número real y una unidad de medida. (p. 421)

Así, los autores aclaran que las razones se refieren “a cantidades de magnitudes, medibles cada una con sus respectivas unidades” (Godino y Batanero, 2002, p. 421) y enlistan las diferencias existentes entre éstas y las fracciones:

- Las razones comparan entre sí objetos heterogéneos, o sea, objetos que se miden con unidades diferentes. Las fracciones, por el contrario, se usan para comparar el mismo tipo de objetos
- Algunas razones no se representan con la notación fraccional
- Las razones se pueden designar mediante símbolos distintos de las fracciones. La razón c a d se puede escribir como $c{:}\,d$, o $c \rightarrow d$
- En las razones, el segundo componente puede ser cero
- Las razones no son siempre números racionales
- Las operaciones con razones no se realizan, en general, de igual manera que las fracciones

Así tenemos que:

- Una razón expresa el precio de una cantidad de objetos, por ejemplo: una docena de pastelitos por $126.00 pesos. En este caso estamos hablando de una razón (12 pastelitos/126 pesos) no de una fracción. Si tuviésemos un pastel, al cortarlo en partes iguales para repartirlo entre los invitados, cada rebanada representa una fracción del pastel, una parte del todo
- Un ejemplo donde no se utiliza la notación de fracción lo encontramos en las mezclas químicas bajo expresiones como 2 mililitros de la sustancia A por litro de agua
- Una razón puede expresar qué relación guardan las personas en una fiesta. Si decimos que por cada 2 mujeres hay 3 hombres, esta relación se puede

expresar 2 a 3, 2:3, ó 2 → 3 y de igual manera podemos expresar que no hay ningún hombre al expresar $2:0$, en cuyo caso no se trata de una división entre 0

- La relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro ($C/D = \pi$) es un número irracional, mientras que las fracciones son siempre interpretables como cociente de enteros

2.1.1.1 Porcentaje

El porcentaje puede verse como una cantidad intensiva por su naturaleza relacional. Por ello, se considera una razón interna o escalar la cual concuerda con cantidades de igual unidad dimensional, ejemplo: pesos de pesos (Vergnaud 1995). En la misma línea, Godino (2002) menciona que el concepto de porcentaje procede de la necesidad de comparar dos números entre sí, tanto de manera absoluta como de manera relativa.

El porcentaje es representado por la combinación de un numeral y un símbolo, y frecuentemente se transforma a notación decimal o a una expresión fraccionaria facilitando su uso en situaciones comparativas de muchos tipos lo que ha provocado un aumento de su complejidad y una variedad de significados que implican “una ambigüedad del mismo” (Valverde, 2013, p. 116). En relación a la significación del porcentaje Oller (2012) asevera que “el estudio de los porcentajes ha ganado importancia con el paso del tiempo, pero se ha producido un abandono de su significado en pos de los métodos algorítmicos para su cálculo y resolviendo los problemas mediante proporciones” (citado por Valverde, 2013, p. 116). Además, “los porcentajes se pueden transformar en números reales, sin embargo, no se puede obviar el hecho de que este cambio de representación incide en el cambio de unidad de referencia del porcentaje, de 100 a 1” (p. 117).

A continuación se mencionan algunas de las diferentes representaciones que admite el porcentaje según Valverde (2013)

Relación parte-todo (fracción): comparación de un subconjunto con un conjunto

Relación parte-parte (razón): la expresión proporciona una comparación entre dos conjuntos diferentes, entre diferentes atributos de un mismo conjunto o para describir el cambio en un conjunto a lo largo del tiempo. La relación dada entre los conjuntos determina si la relación es de cambio o de comparación

Índice estadístico: informa o representa la relación entre dos datos o cantidades conocidas. El porcentaje es pues, un descriptor estadístico de alguna relación entre cantidades

Operador-función: permite calcular otras cantidades (como intereses o descuentos) al ser usado para establecer una tasa uniforme. Cabe mencionar que, el uso funcional del porcentaje fue anterior al uso estadístico descriptivo del mismo (p.)

Para poder visualizar las relaciones entre los significados y usos de los porcentajes se puede observar la Figura 2.1.

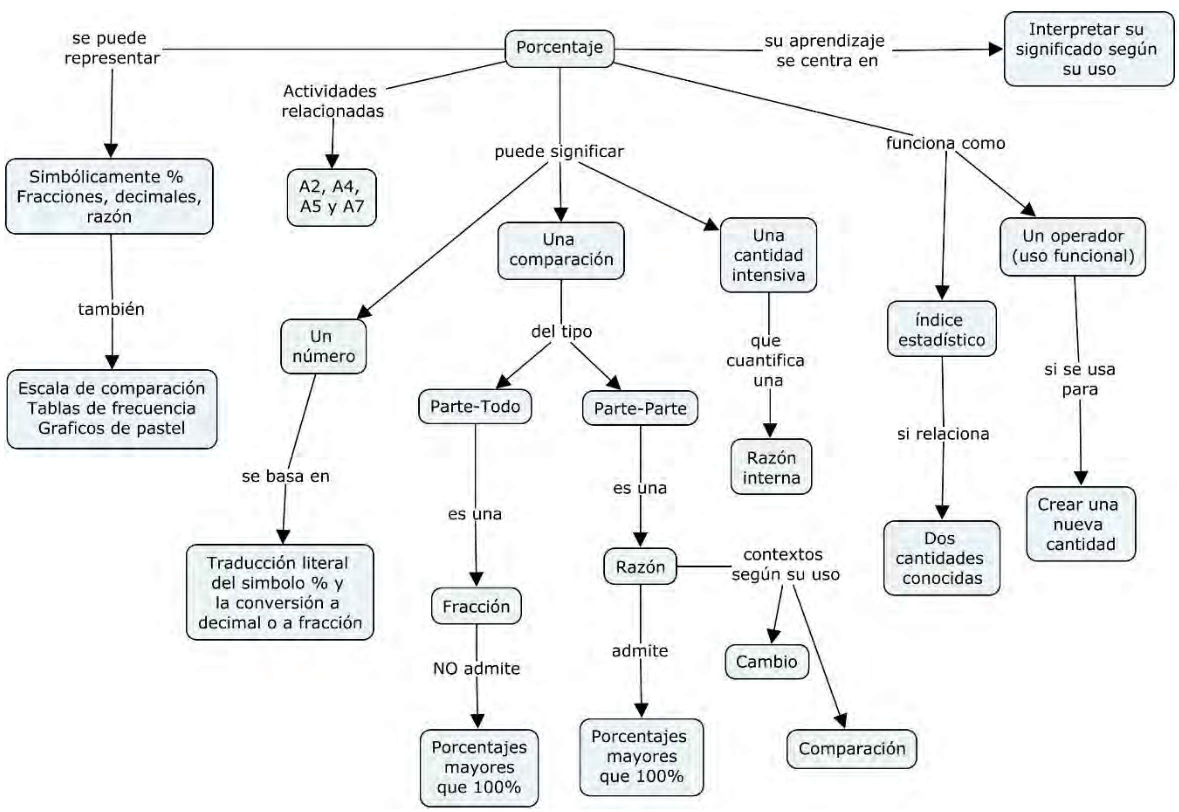


Figura 2.1. Mapa conceptual asociado al significado y usos del porcentaje. Tomado y adaptado de Valverde (2013)

En el mapa conceptual de la Figura 2.1 se observan las representaciones del porcentaje a utilizar en la tesis, así como los contextos y actividades relacionadas. Interpretarlo adecuadamente permite entender donde recae la dificultad de su estudio. Las actividades A2, A4, A5 y A7 son actividades de la secuencia didáctica implementada (revisar Anexo 1) correspondientes a la Actividad 2, Actividad 4, Actividad 5 y Actividad 7. Aun y cuando los porcentajes son muy utilizados porque permiten hacer comparaciones más fácilmente Godino y Batanero (2002) aseveran que el uso incorrecto de los porcentajes es frecuente no sólo entre los estudiantes de secundaria, sino que es también una dificultad observada en los adultos.

2.1.2 Proporción y conceptos relacionados

Como hemos visto, la razón y la proporción son conceptos relacionados. Esta relación fue identificada desde la época de los griegos. Con ellos "el problema de medir fue sustituido en la teoría geométrica euclidiana por el problema de comparar" (Reyes-Gasperini, 2013, p. 23).

Godino y Batanero (2002) mencionan que una proporción, en general, aparece bajo la forma de una igualdad entre dos razones, en donde el producto cruzado de los numeradores y denominadores serán iguales entre sí, permitiendo escribir cuatro igualdades equivalentes como se muestra en la Figura 2.2:

$$\begin{array}{ccc} \frac{a}{b}=\frac{c}{d} & \longleftrightarrow & \frac{d}{b}=\frac{c}{a} \\ \updownarrow & a*d = b*c & \updownarrow \\ \frac{a}{c}=\frac{b}{d} & \longleftrightarrow & \frac{d}{c}=\frac{b}{a} \end{array}$$

Figura 2.2. Relaciones "igualdades equivalentes".

Esta relación cuaternaria entre cantidades plantea el problema de encontrar un valor desconocido usando la relación establecida por la proporcionalidad.

Andonegi-Zabala (2006) aporta una definición de proporción que permite profundizar la relación entre este concepto y la razón.

> […] la invariancia (lo estable) de las variaciones. Es decir, una razón puede formarse con pares de números que pueden ir cambiando, pero al establecerse una proporción entre dos cualesquiera de estos pares hay algo que no varía: la razón entre ellos. Por eso la razón va más allá de la fracción: ya no interesa sólo la expresión de una relación estática entre la parte y el todo; más bien, interesa la razón como relación estable que fluye entre los pares de números encadenados a una proporción. Por eso la razón adquiere su sentido pleno sólo cuando se la considera como parte de una proporción. (p. 28)

Esta definición permite visualizar a la comparación y la variación como piezas clave para la comprensión de la proporción, premisa que es sostenida por Mochón (2012), quien considera estas dos nociones fundamentales para entender la proporcionalidad.

2.1.3 Razonamiento proporcional y proporcionalidad

En apartados anteriores se estableció el concepto de razón y su relación con otros conceptos como la fracción y la proporción. En este apartado se discute y analiza la proporcionalidad y los procesos de razonamiento asociado a ella.

Valverde (2013) define proporcionalidad como un constructo matemático referido a la condición o a la estructura subyacente a una situación en la cual existe una relación invariante especial (constante) entre dos magnitudes covariantes (la cantidad de ambas están relacionadas y cambian simultáneamente).

Rivas, Godino y Castro (2012) consideran que

> El razonamiento proporcional es adquirido en el estudio de las operaciones formales, se requiere del uso de un razonamiento hipotético-deductivo, el cual permite al sujeto utilizar una relación matemática (razón) y, a partir de ésta, deducir una segunda relación también matemática (proporción). El razonamiento proporcional es, en consecuencia, una relación entre relaciones. (p. 563)

Por su parte, Lamon (2007), también citada por Valverde, menciona que el significado de razonamiento proporcional es aportar argumentos que sustenten afirmaciones respecto a relaciones estructurales entre cuatro cantidades en un contexto donde implica de forma simultánea covarianza de cantidades e invarianza de razones o productos; lo cual deriva en la habilidad de extender la misma relación a otros pares de cantidades. Lamon sugiere que las respuestas correctas del estudiante no garantizan el razonamiento proporcional y Valverde agrega que las proporciones pueden resolverse aplicando el conocimiento mecánico adquirido sobre las fracciones equivalentes, usando relaciones numéricas y/o aplicando procedimientos en los cuales se omite el uso de la constante de proporcionalidad.

Los términos de proporcionalidad y razonamiento proporcional con frecuencia son utilizados de manera indistinta. Por ello, es necesario distinguir la diferencia entre razonamiento proporcional y proporcionalidad. En ese sentido, Valverde (2013) señala que:

> El razonamiento proporcional está descrito a partir de las actuaciones de los escolares en dos tipos de problemas, valor ausente y comparación; mientras que la proporcionalidad está vinculada a modelos matemáticos como función lineal por lo que contempla otros aspectos cognitivos derivados de la multiplicidad de representaciones y de las situaciones organizados por esta noción (p. 40).

2.2 Definiciones de los conceptos (proporción y constante de proporcionalidad) en el libro de Rees y Sparks

Parte de la formación típica de los estudiantes de cualquier nivel educativo es a través del uso de los libros de texto. En este apartado se revisa el libro de Rees y Sparks (2011) el cual forma parte de la bibliografía sugerida en el programa de Matemáticas Generales (AG-109), asignatura donde se realiza la intervención didáctica propuesta en este trabajo. La definición, notación y resultados derivados que se identificaron en el texto (p. 197-203) se abordan desde un método expositivo tradicional, en ocasiones, apegado a un sistema axiomático formal. Esto se puede observar en la siguiente descripción del contenido del texto.

Una proporción es la proposición de que dos razones son iguales. Las proporciones se escriben de dos modos:

$$a/b = c/d \qquad (1)$$

$$a:b = c:d \text{ (ó } a:b::c:d \text{)} \qquad (2)$$

La ecuación se lee a es a b como c es a d; tanto (1) como en (2) los términos b y c se llaman medios y a y d extremos. También, se emplea para a y c la palabra antecedentes y para b y d la palabra consecuentes.

Enseguida el autor realiza algunas manipulaciones algebraicas para obtener la expresión equivalente (3)

$$ad = cb \qquad (3)$$

Y obtener de esta manera la importante propiedad:

En toda proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

Desde la expresión (3) se continúan efectuando algunas operaciones convenientes para llegar a la ecuación (4)

$$d/c = b/a \qquad (4)$$

Y, en consecuencia, se deriva la siguiente propiedad:

Si a/b = c/d, entonces a/c = b/d, y también b/a = d/c.

Se dice que la segunda proporción (3) se obtiene de la primera (1) por alteración y que la tercera (4) se obtiene también de la primera (1) por inversión.

Se derivan dos propiedades más de las proporciones a partir de (1), si primero se suma 1 a cada miembro de (1) y se simplifica y luego se suma -1 a cada miembro de (1) y se simplifica. Para el primer caso se tiene

$$a/b + 1 = c/d + 1 \qquad (5)$$

Para el segundo caso se tiene

$$a/b - 1 = c/d - 1 \qquad (6)$$

Simplificando,

$$(a+b)/(a-b) = (c+d)/(c-d) \qquad (7)$$

Desde este resultado se concreta la siguiente propiedad:

Si $a/b = c/d$, entonces

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d},$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d},$$

y

$$(a+b)/(a-b) = (c+d)/(c-d)$$

De lo anterior en el texto se concluye que:

> En esta propiedad se dice que la segunda y la tercera proporciones se derivaron de la primera por adición y sustracción, respectivamente. De la cuarta se dice que se derivó de la primera por adición y sustracción.

De lo anterior, el autor define media proporcional como:

Si en cualquier proporción los dos medios son iguales, se tiene entonces la llamada proporción media. Así, si en (1) $c = b$, entonces $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$ o bien $a{:}b = b{:}d$. En este caso b se llama media proporcional de a y de d, (o entre a y d), d se llama tercera porporcional de a y de b. Sin embargo, cuando en (1) b no es igual a c se llama cuarta proporcional de a, b y c.

Al finalizar el tema de proporciones, se incluye algunos ejemplos relacionados con el tema y varios ejercicios los cuales, requieren del conocimiento de algoritmos para resolverlos.

En el libro de texto de Rees y Sparks no se menciona el concepto de proporcionalidad como tal, sin embargo, lleva a cabo un análisis de la variación, lo que permite introducir las variaciones proporcionales y con ello el concepto de la constante de proporcionalidad.

Variación directa. Si una cantidad varía directa y proporcionalmente con otra, entonces la primera es igual al producto de una constante por la segunda.

Variación inversa. Si una cantidad varía inversa y proporcionalmente con otra, entonces la primera es igual al producto de una constante por el recíproco de la segunda.

Variación conjunta. Si una cantidad varía conjunta y proporcionalmente con dos o más cantidades, entonces la primera es igual al producto de una constante por el producto de las otras. (p.203)

Estas definiciones derivan en la siguiente aseveración

[…] la constante se conoce como constante de proporcionalidad.

Hasta aquí concluye el tratamiento que el libro de texto de Rees y Sparks (2011) da al concepto de proporción y constante de proporcionalidad.

Como se observa en los párrafos anteriores, el concepto de proporcionalidad no se define explícitamente por Rees y Sparks. Sin embargo, tampoco aparece en otros libros de texto como Álgebra superior de la serie Shaum (Spiegel y Moyer, 2007).

Por ello fue importante mostrar algunas definiciones de los conceptos, elaboradas por investigadores, de educación matemática, antes de describir la manera en que es abordado el tema en los libros de texto.

2.3 Problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad

Vergnaud (1990) desarrolló la teoría de los campos conceptuales, la cual da "cuenta de los procesos de conceptualización progresiva de las estructuras aditivas, multiplicativas, relaciones número-espacio, y del álgebra" (p. 1).

Vergnaud (1990) diferencia entre las estructuras aditivas (como aquellas que precisan de una adición, sustracción o combinación de ellas) y las estructuras multiplicativas (como aquellas que requieren de una multiplicación, división o combinación de ellas). Él considera que, el campo conceptual de estructuras multiplicativas es:

> […] a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones: proporción simple y proporción múltiple, función lineal y razón escalar directa e inversa, cociente y producto de dimensiones, combinación lineal y aplicación lineal, fracción, razón, número racional, múltiplo y divisor, etc. (p. 9)

Los problemas que implican realizar operaciones de multiplicación y división, aun los más sencillos, requieren de la proporción simple de dos variables, una en relación con la otra. Ello, de acuerdo con Vergnaud (1990), da lugar a cuatro tipos de problemas elementales: la multiplicación, la división-partición, la división cuotición y la cuarta proporcional. La dificultad de los problemas puede variar dependiendo del tipo de cantidades numéricas que se utilicen como datos o bien del tipo de experiencia que requieran por parte del estudiante. La dificultad también depende de la necesidad de establecer una combinación de dos proporciones para resolver el problema, o bien de que se requiera encadenar funciones que liguen a las variables dos a dos o por producto.

Existe una extraordinaria diversidad de casos cuya dificultad para los alumnos es variable pues las razones pueden ser: números enteros simples, enteros cualesquiera, fracciones, decimales mayores o menores que la unidad. Para Vergnaud (1990), esta diversidad no impide que los casos se puedan jerarquizar "considerando los tres grandes factores de la complejidad cognitiva: la estructura de problemas, los valores numéricos, y los dominios de experiencia" (p.13) y, considera que "los conceptos de fracción, de cociente, de número racional, de producto y de cociente de dimensiones, de escalares, de función lineal, de combinación y de aplicación lineal, toman primitivamente su sentido en los problemas de proporción" (p.13).

Vergnaud (1995) reconoce que los campos conceptuales aditivos pueden ayudar a resolver problemas de tipo proporcional e incluso la propiedad isomórfica aditiva permite un acercamiento a las estructuras multiplicativas.

Una situación problemática dentro del campo conceptual multiplicativo es aquella que requiere de una o varias multiplicaciones, divisiones o una combinación de ambas para su solución.

Vergnaud (1990) desarrolla toda una teoría donde analiza las estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas, reconoce la necesidad de articular conceptos matemáticos relacionados e identifica las posibles dificultades en el aprendizaje del campo conceptual multiplicativo, es por ello que en este documento se utilizan algunas aportaciones de la teoría de los campos conceptuales de las estructuras multiplicativas (Vergnaud, 1995) para el análisis de los procedimientos de los estudiantes.

En las secciones 2.3.1 y 2.3.2 se utilizarán elementos de la teoría de los campos conceptuales multiplicativos para analizar el siguiente problema: "Un chef está escribiendo la receta para hacer un pay y debe expresar los ingredientes a utilizar en gramos. Si sabe que 45 galletas pesan 170 gramos y para la base del pay utilizó 63 galletas. ¿Cuál es el peso en gramos de las galletas que debe escribir en la receta?”

2.3.1 Análisis vertical

Este análisis se centra en la noción de operador-escalar (sin dimensión) representada en el diagrama sagital (Figura 2.3) el cuál se explica a continuación.

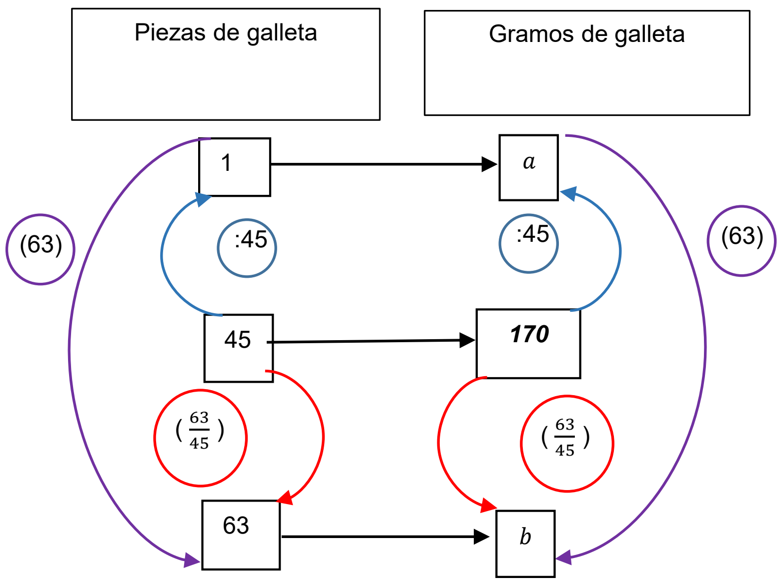


Figura 2.3. Diagrama sagital de Vergnaud

Primera etapa. De la misma manera que se pasa de 45 galletas a una (dividiendo entre 45), se pasa de las porciones del peso de 45 galletas (170 g) al peso de 1 galleta (a, valor unitario por galleta). Es decir, en este análisis (flechas azules en la Figura 2.3) no se requiere del manejo de unidades dimensionales distintas.

Segunda etapa. De la misma manera que se pasa de una galleta a 63 galletas (multiplicando por 63) se pasa del peso de una galleta (a) al peso de 63 galletas (b). Ver flechas moradas en la Figura 2.3.

Síntesis. Se puede decir que se pasa directamente de 45 a 63 galletas, multiplicando por el operador fraccionario (63/45), que no es otra cosa que la aplicación sucesiva de dos operadores (:45) y (x63). El mismo operador fraccionario hace pasar también del peso de 45 galletas (170 gramos) al peso de 63 galletas (b).

Se sabe que esta composición de operadores multiplicativos es, como la composición de transformaciones aditivas, una ley de grupo conmutativo (conmutatividad, asociatividad, elemento neutro, inverso). La conmutatividad permite invertir el orden de aplicación de los operadores elementales y efectuar, por ejemplo, la multiplicación antes que la división.

El operador fraccionario (63/45) representa de manera sintética la aplicación sucesiva de dos operadores multiplicativos: una división (:45) y la multiplicación (x63). Esto permite comenzar ya sea por la división o por la multiplicación.

Se puede considerar también que el operador fraccionario representa la multiplicación por la razón. Por ejemplo, al intervenir una proporción (igualdad de dos razones):

$$\frac{\text{63 galletas}}{\text{45 galletas}} = \frac{\text{peso de 63 galletas}}{\text{peso de 45 galletas}} = \frac{b \text{ gramos}}{\text{170 gramos}}$$

La noción de razón, la razón-operador y la de proporción son difíciles, por ello Vergnaud se apoya del diagrama sagital (Figura 2.3) y describe las etapas que se desarrollan a través del tiempo

Etapa 1. Búsqueda de la solución del problema, pasando por la unidad y el valor unitario (a).

Etapa 2. Aplicación sucesiva de dos operadores

Etapa 3. Escritura del operador fraccionario (simple convención de escritura en este nivel)

Etapa 4. Aplicación sucesiva de dos operadores (multiplicación primero, por conmutatividad)

Etapa 5. Noción de razón y de razón-operador

Etapa 6. Proporción o igualdad de razones.

Etapa 7. Igualdad de razones operadores

Etapa 8. Regla de tres

2.3.2 Análisis Horizontal

El análisis horizontal está centrado en la noción de f operador-función que hace pasar de una categoría a otra.

Primera etapa. El operador-función f que hace pasar de 63 galletas a b gramos es el mismo que hace pasar de 45 galletas a 170 gramos (flechas negras, Figura 2.3). Por lo tanto

Segunda etapa. Este operador-función no es otra cosa que la multiplicación por la razón. Para ejemplificar lo anterior tenemos que:

$$b \text{ gramos de galletas} = 63 \text{ galletas } \left(\frac{170}{45}\right) \text{ gramos/galletas}$$

Este análisis horizontal se sitúa a un nivel conceptual muy elaborado, por eso el investigador considera que es la razón de las dificultades encontradas en la comprensión de la noción de función.

Vergnaud (1994), el campo conceptual multiplicativo puede ser visto como una interacción entre cuatro elementos: situaciones, esquemas, conceptos y teoremas y formulaciones y simbolizaciones.

Podemos destacar algunos de los conceptos asociados al campo conceptual multiplicativo

- Multiplicación y división
- Funciones lineales
- Razón, tasa, fracción, número racional y porcentaje
- Análisis de unidad dimensional
- Mapeo lineal y combinación lineal de magnitudes

Aprender el concepto de proporcionalidad implica, de acuerdo con Vergnaud (1994), comprender el campo conceptual multiplicativo donde subyacen varios conceptos relacionados como fracciones, razones, proporciones y poder utilizarlos al resolver, con ayuda de los esquemas, la o las situaciones problemáticas.

En esta tesis se utiliza el significado de aprender proporcionalidad descrita en el párrafo anterior y se identifican las formas aditivas y multiplicativas (relaciones verticales y horizontales) del pensamiento de los estudiantes en la manera de proceder ante situaciones que implican proporcionalidad. Las situaciones problemáticas fueron diseñadas con base en la perspectiva de Modelos y Modelación como se describe a continuación.

2.4 El aprendizaje de las matemáticas: perspectiva de modelos y modelación

Para Lesh y Doerr (2003), el aprendizaje de las matemáticas es un proceso de desarrollo de sistemas conceptuales que surgen cuando los estudiantes analizan situaciones de resolución de problemas que tienen más de una respuesta y cuya solución no es un número o una palabra, sino situaciones que ameritan describir, argumentar y explicar.

Doerr (2016) explica que, desde la perspectiva de Modelos y Modelación, un modelo es definido como un sistema de elementos, relaciones, reglas y operaciones que pueden ser usados para explicar, predecir o describir algún otro sistema. Por lo tanto, el aprendizaje de un contenido matemático ocurre a través del proceso de desarrollar un modelo adecuado y productivo que puede ser usado y reusado en cierto rango de contextos. (p. 198)

Para Lesh y Doerr (2003) aprender matemáticas es un proceso que involucra ciclos progresivos de construcción de entendimiento, modificación, extensión y refinamiento de maneras de pensar. En estos ciclos, los sujetos profundizan un concepto o constructo matemático a distintos niveles al relacionar datos, metas y posibles rutas de solución al enfrentar una situación problemática. En este proceso, generalmente, los primeros modelos o interpretaciones son burdos, pero paulatinamente van refinándose, esto se debe a que el conocimiento es parecido a un organismo vivo, no es algo inerte, es un sistema dinámico que está adaptándose y autorregulándose continuamente.

Aprender matemáticas involucra la construcción de modelos y las construcciones relevantes se desarrollan a lo largo de dimensiones como: de lo concreto a lo abstracto; de lo particular a lo general; de lo situado a lo descontextualizado; de lo intuitivo a lo analítico a lo axiomático; de lo indiferenciado a lo refinado; de lo fragmentado a lo integrado. La evolución involucra diferenciación, integración y refinamiento de sistemas inestables, por lo que también involucra discontinuidad y reorganización conceptual (Lesh y Doerr 2003).

Lesh y Doerr (2003) explican que pensar de manera matemática es: construir, describir y explicar al menos tanto como se pueda calcular; encontrar patrones y regularidades en sistemas complejos; realizar representaciones de sistemas relevantes que incluyan una variedad de medios escritos, hablados, construidos y dibujados. La fluidez en la representación es crucial para entender la mayoría de las construcciones matemáticas.

Para Lesh y Doerr (2003) el desarrollo del conocimiento es un proceso social, donde se construyen y modifican modelos a partir de *fases de diferenciación, integración y refinamiento de los diferentes sistemas que se van construyendo.* La importancia recae en el proceso de crear un modelo, este proceso es el producto del aprendizaje, no el modelo por sí mismo.

Para los autores, los modelos son sistemas conceptuales (consisten de elementos, relaciones, operaciones e interacción de las reglas gobernantes) que son expresados usando sistemas de notaciones externas y son usados para construir, describir o explicar el comportamiento de otros sistemas, los cuales, a su vez pueden ser manipulados o previstos.

Lesh y Doerr (2003) explican que los procesos que contribuyen al desarrollo del modelo involucran:

Ayudar a los estudiantes a coordinar sistemas relevantes en sistemas conceptuales de sistemas-como-un-todo.

Poner a los estudiantes en situaciones donde ellos sean capaces de revelar, probar y revisar, refinar y/o rechazar formas alternativas de pensamiento (p. 26)

Lesh y Doerr (2003) también hacen hincapié en que el desarrollo no ocurre a menos de que algunos mecanismos estén disponibles para asegurar:

Diversidad: diversas maneras de pensamiento están disponibles

Selección: las maneras improductivas se refinan, revisan o rechazan

Propagación: esas maneras productivas de pensamiento están dispersas e integradas a lo largo de los paisajes conceptuales

Conservación: esas maneras productivas de pensar están preservadas a lo largo del tiempo (p. 27)

Para el desarrollo de sistemas conceptuales o modelos es necesario el diseño de actividades con características que fomenten un aprendizaje centrado en el pensamiento del estudiante y, más aun, que permitan documentarlo. En la siguiente sección se presenta las características del diseño de actividades para estos fines.

2.4.1 Actividades Provocadoras de Modelos

La perspectiva de Modelos y Modelación está apoyada en las Actividades Provocadoras de Modelos (Model-Eliciting Activities o MEA por sus siglas en inglés), llamadas así porque el estudiante genera productos que van más allá de respuestas cortas a preguntas específicas; éstas involucran compartir, manipular, modificar y reutilizar herramientas conceptuales (*e.g.* modelos) para construir, describir, explicar, manipular, predecir o controlar sistemas matemáticos significativos (Lesh y Doerr, 2003). Las actividades involucran matematización[5] mediante cuantificar, dimensionar, coordinar, categorizar, traducir al lenguaje

[5] "Matematizar es organizar y estructurar la información que aparece en un problema, identificar los aspectos matemáticos relevantes, descubrir regularidades, relaciones y estructuras" (García-Cruz, 1999).

algebraico y sistematizar objetos relevantes sus relaciones, acciones, patrones y regularidades.

Maiorca y Stohlmann (2016) realizan un cuadro comparativo (Tabla 2.1) entre el diseño de la APM (Actividad Provocadora de Modelos) y el de los cinco primeros Estándares para la Práctica Matemática establecidos por el CCSSM (Common Core State Standards for Mathematics).

Estándares para la práctica matemática	**Como ocurre en las APM**
Hacer sentido a los problemas y perseverar en solucionarlos	Mientras los participantes interactúan con sus modelos, continúan teniendo nuevas perspectivas de la manera en que se usan las matemáticas para desarrollarlos. La estructura de las APM permite a los participantes mantenerse motivados y tener experiencias solidas en resolución de problemas
Razonar de manera abstracta y cuantitativa	Las APM permiten que los estudiantes contextualicen al enfocarse en situaciones en el contexto de la vida real y que descontextualicen al representar la situación de manera simbólica.
Construcción de argumentos viables y crítica del razonamiento de otros	A través de las APM es esencial el razonamiento y la crítica constructiva mientras los grupos están trabajando y presentando sus modelos.
Modelar con matemáticas	Las APM están enfocadas a modelar con matemáticas pues los participantes deben aplicar sus conocimientos para resolver problemas de la vida diaria, sociedad y trabajo. Esto se realiza a través de ciclos interactivos de construcción, evaluación y revisión del modelo.
Usar de manera estratégica herramientas apropiadas	Mientras los grupos trabajan en las APM, disponen de varios materiales como: papel para graficar, calculadoras gráficas, computadoras, applets, software dinámico, hojas de cálculo, dispositivos para medir, entre otros.

Tabla 2.1. Comparación entre los estándares para la práctica matemática del CCSSM; y las APM

Doerr (2016) explica que la APM alienta a los estudiantes, organizados en equipos a involucrarse en un proceso interactivo donde ellos expresan, prueban y redefinen sus maneras de pensar sobre situaciones problemáticas significativas. Las APM son diseñadas para provocar la construcción de un modelo generalizable que aclare y delimite la estructura matemática de la situación del problema. La actividad modeladora provoca entendimiento matemático nuevo en los estudiantes al estar en un contexto que los dota de significado y permite que expresen a lo largo de la tarea, conocimiento proveniente tanto de su experiencia como de su conocimiento matemático (p. 198).

Lesh, Hoover, Hole, Kelly, y Post, (2000) han establecido los siguientes principios de instrucción en el diseño de las APM y, para asegurar que los principios se cumplan, en una rúbrica establecen preguntas clave que el diseñador debe contemplar:

Principio	Preguntas asociadas al principio
Significado personal o de la realidad	¿Es posible que suceda en una situación de la vida real? ¿La situación motiva a los estudiantes a buscar una solución basada en sus conocimientos y experiencias personales? ¿Se toma con seriedad las ideas de los estudiantes o estos se ven forzados a conformarse con lo que dice el maestro respecto a la (única) solución del problema?
Construcción del modelo	¿La tarea asegura que el estudiante reconozca la necesidad de construir, modificar, extender o refinar un modelo? ¿La tarea involucra construcción, descripción, explicación, manipulación, predicción o control de una estructura matemática? ¿La atención está enfocada en buscar patrones y regularidades?
Auto-evaluación	¿Es claro para los estudiantes el criterio de evaluar respuestas alternativas útiles? ¿Son capaces los estudiantes de autoevaluar los modelos cuando las respuestas son suficientemente buenas?

	¿Cuál es el propósito de los resultados? ¿Quién los necesita? ¿Para cuándo?
Documentación del modelo o externalización del Modelo	¿La respuesta requiere que el estudiante revele explícitamente que está pensando respecto a solución de una situación (datos, metas, posibles patrones de solución)? ¿Cuáles sistemas (objetos matemáticos, relaciones, operaciones, patrones, regularidades) emergen?
Prototipo simple	¿La situación requiere de la creación de un modelo que la dote de significado? ¿La solución provee un prototipo útil para interpretar una variedad de situaciones estructuralmente similares? ¿La experiencia permite hacer sentido a otras situaciones estructuralmente similares?
Generación de modelos	¿La herramienta conceptual construida aplica solamente para una situación en particular, o puede ser modificada y extendida fácilmente para aplicarse a un rango más amplio de situaciones? Los estudiantes deben ser motivados a ir más allá de las producciones hechas para un propósito único y pensar en producir modelos reusables, compatibles, modificables.

Tabla 2.2. Principios que debe satisfacer una APM

Doerr (2016) añade que las tareas diseñadas de acuerdo con estos principios son, generalmente, atractivas y motivadoras para los estudiantes. Porque tales tareas pueden resolverse de diferentes maneras de acuerdo con la diversidad de pensamiento en los estudiantes. Esto se convierte en un factor benéfico para promover el aprendizaje en el aula.

2.4.2 Secuencia para desarrollar modelos

Una sola APM no es suficiente para que los estudiantes desarrollen completamente un modelo generalizado que pueda ser utilizado en un rango de contextos. Para alcanzar esta meta, los estudiantes deben involucrarse en la resolución de una secuencia de actividades modeladoras.

Las actividades de resolución de problemas, por sí mismas, no son suficientes, se necesitan secuencias de actividades estructuralmente relacionadas para producir los resultados que se pretenden alcanzar. En las actividades provocadoras de modelos, los autores determinan las relaciones (y operaciones) cualitativas y cuantitativas que los estudiantes puedan llevar a cabo.

El enfoque de modelos y modelación fue clave para el diseño de las actividades de la secuencia y para definir el papel del profesor y la evaluación del aprendizaje de las matemáticas como se describe en la sección 2.5.

2.5 El Papel del profesor en la enseñanza y la evaluación del aprendizaje de las matemáticas

Lesh y Doerr (2003) consideran que una de las maneras más efectivas para ayudar a los maestros a mejorar la efectividad de su enseñanza es ayudándolos a familiarizarse con sus estudiantes involucrándose en la manera en que piensan sobre importantes ideas y tópicos. Las Actividades Provocadoras de Modelos permiten a los maestros observar y documentar la manera en que piensan sus propios estudiantes. Estas actividades proveen a los maestros de una base efectiva y eficiente en el desarrollo de actividades basadas en el trabajo en el salón de clases.

Doerr (2016) explica que, al enseñar matemáticas a través de la modelación, los maestros se enfrentan tanto a oportunidades como a desafíos. Los maestros tienen la oportunidad de reunir evidencia de la manera en que sus estudiantes razonan la situación de un problema, pues la APM está diseñada para revelar la manera en que el estudiante piensa (Principio de la Externalización). Las habilidades que requiere una APM no son "enseñadas-previamente", los estudiantes generalmente desarrollan múltiples soluciones (o modelos), incluso para el mismo modelo, habrá múltiples caminos para la solución (Principio de la construcción). Esto tiene dos implicaciones, la primera es anticiparse en la planeación de posibles soluciones y ambigüedades que puedan ocurrir mientras emergen las primeras ideas de los estudiantes. La segunda es escuchar atentamente durante la lección para anticipar las ambigüedades de los modelos inesperados.

Doerr (2016) al hablar del papel del maestro resalta que, más que dar una explicación o justificación a los estudiantes, el maestro debe crear un ambiente de debate donde los estudiantes aprenden mientras explican y justifican su modelo ante sus compañeros y el propio maestro. Lo que implica que la tarea principal para el maestro es una: poner a los estudiantes en situaciones donde puedan interpretar, explicar, justificar y evaluar cuán bien hecho está su modelo. El diseño de una APM permite que los estudiantes sean capaces de autoevaluar sus modelos (Principio de la Auto-evaluación). Este mismo principio también aplica para las AAM (Actividades de Aplicación de Modelos). La autoevaluación de los estudiantes respecto a sus modelos debe ocurrir: entre los miembros de los equipos mientras están desarrollando el modelo; entre los equipos mientras se comparten sus modelos para la retroalimentación con toda la clase; o en algún punto durante la secuencia del desarrollo del modelo, cuando los estudiantes se ven en la necesidad de revisar su modelo. Cuando el maestro planea las Actividades de Exploración de Modelos (MXA), su rol recae en términos de las representaciones matemáticas que los estudiantes usan o necesitan utilizar. Trabajar las representaciones fluidamente, trazar sus conexiones a la solución del problema y usarlas para analizar matemáticamente las situaciones, son metas importantes para la instrucción en el currículo referente al contenido de modelación. Estas prácticas de enseñanza ofrecen nuevos acercamientos en el aprendizaje de las matemáticas al tomar dos aspectos importantes: escuchar los pensamientos anticipados o no anticipados de los alumnos y captar a los alumnos en el proceso de autoevaluación.

Doerr (2016) también señala que una enseñanza matemática efectiva implica promover simultáneamente la acumulación del conocimiento de los estudiantes y desarrollar sus habilidades matemáticas asignando actividades para que los estudiantes resuelvan organizados en pequeños grupos.

Lesh y Doerr (2003) puntualizan la importancia de que el maestro se anticipe a las posibles soluciones de los estudiantes. De igual manera tomar en cuenta el ambiente en el que se desenvuelven los alumnos en el aula.

2.6 Reflexiones finales

La teoría de los Campos Conceptuales Multiplicativos expuesta por Vergnaud y los sistemas conceptuales mencionados en el marco de Modelos y Modelación por Lesh y Doerr (2003) son el sustento teórico que marcó las directrices para el análisis, diseño, desarrollo, implementación y evaluación de la secuencia didáctica documentada en esta tesis.

En el marco teórico se ha revisado el concepto de proporcionalidad y conceptos asociados como la razón. Lo anterior permitió elaborar un mapa conceptual (Figura 2.4), el cual, fue deliberadamente acotado a las relaciones de proporcionalidad directa, las cuales se abordarán en las actividades de la secuencia.

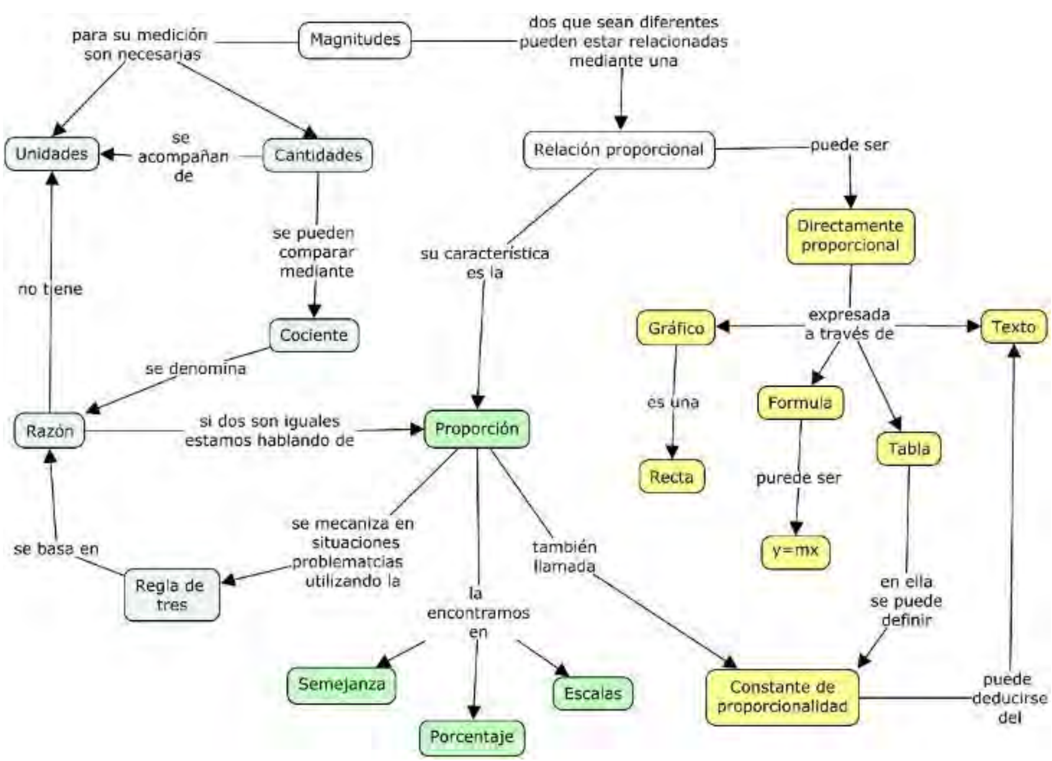


Figura 2.4. Mapa conceptual de referencia la relación entre proporcionalidad con otros conceptos.

El mapa conceptual (Figura 2.4) muestra los conceptos matemáticos que subyacen en la secuencia didáctica. En amarillo se muestran los conceptos abordados principalmente en la actividad A4. En verde los conceptos en los que se enfoca la actividad A2 y finalmente en azul aquellos conceptos que están presentes en todas las actividades.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

A lo largo de este capítulo se describe y analiza la población objetivo, así como el diseño y los criterios para la implementación, análisis y evaluación de la secuencia didáctica.

3.1 Contexto institucional y población de estudiantes participantes

Como se mencionó anteriormente, antes de ser admitidos los estudiantes en la Licenciatura, los aspirantes cumplieron ciertos requisitos académicos entre los cuales se encuentran: el haber concluido y aprobado íntegramente el nivel medio superior o similar (bachillerato o preparatoria) y haber aprobado de manera satisfactoria el examen de admisión (CENEVAL). Los elementos descritos previamente nos permiten aseverar que los estudiantes contaban con conocimiento matemático previo antes de cursar la asignatura Matemáticas Generales (AG-109). Ésta es la única asignatura de matemáticas prevista a lo largo de la licenciatura por lo que contempla una integración de conceptos matemáticos necesarios para su preparación académica y a lo largo de su vida profesional.

La población de estudiantes donde se implementó la propuesta fue conformada por 21 alumnos de primer ingreso a la Licenciatura en Médico Cirujano impartida en la División de Ciencias de la Salud de la Universidad de Quintana Roo, mismos que cursaban la asignatura de Matemáticas Generales (AG-109) por primera vez. Las edades de los integrantes del grupo variaban entre los 18 y 21 años

En el momento que se trabajaron las actividades de la secuencia didáctica (mismas que se describen en la sección 3.2.2), los estudiantes habían estudiado los cuatro temas de la asignatura (Álgebra, Progresiones, Funciones, Probabilidad y Estadística), por lo tanto, habían revisado conceptos matemáticos como: razón, progresiones aritméticas y geométricas, entre otros, bajo una instrucción tradicional por parte del docente al frente del grupo.

3.2 Elaboración de la secuencia didáctica

El diseño de la secuencia, en la medida de lo posible, se basó en la teoría de modelos y modelación propuesta por Lesh y Doerr (2003).

3.2.1 Objetivos de la secuencia

Los objetivos de la secuencia los cuales están relacionados con el objetivo general de la tesis planteado en el Capítulo 1.

3.2.1.1 Objetivos generales de la secuencia (OGS)

Los objetivos de la propuesta didáctica son proveer al estudiante de oportunidades para utilizar su conocimiento previo sobre proporcionalidad y conceptos relacionados como número racional, razón, análisis de unidad dimensional y función lineal en la resolución de situaciones cercanas a la vida real. Propiciar el reconocimiento de relaciones, profundización y refinamiento de su conocimiento sobre estos conceptos. Posibilitar el desarrollo de habilidades para el análisis de datos, la construcción, argumentación y comunicación de modelos.

3.2.1.2 Objetivos particulares (OP) de la secuencia

Los objetivos particulares de la secuencia son:

- ✓ Objetivo Particular 1 (OP1): Lograr que el alumno reflexione y analice situaciones que requieran de razonamiento proporcional, las cuales impliquen utilizar y calcular valores unitarios o razones como operadores.
- ✓ Objetivo Particular 2 (OP2): Fomentar que los estudiantes modifiquen, amplíen y refinen sus conceptualizaciones sobre proporcionalidad al analizar la o las estrategias elegidas para abordar problemas: estrategia unitaria, análisis vertical u horizontal, reparto proporcional, entre otros.
- ✓ Objetivo Particular 3 (OP3): Apoyar el desarrollo de conocimiento en los estudiantes y la creación o modificación de un sistema conceptual alrededor del concepto de proporción que implique articular conceptos como cantidad,

fracción, razón, proporcionalidad, variación, función lineal, porcentaje, numero racional, regla de tres, operador escalar, entre otros.

- ✓ Objetivo Particular 4 (OP4): Propiciar la transversalidad del conocimiento y habilidades en los estudiantes articulando conceptos matemáticos relacionados con el concepto de proporcionalidad al proponerles problemas contextualizados que requieran de procedimientos variados como: valor faltante, comparación de razones, porcentajes, composición de relaciones de proporcionalidad, reparto proporcional y función lineal.
- ✓ Objetivo Particular 5 (OP5): Propiciar el desarrollo de habilidades de análisis de datos y argumentación en los estudiantes como: hacer referencia a particularidades, interpretar la información y comunicarla de manera clara, precisa y con dominio del conocimiento para hacer uso de esta información para la toma de decisiones como profesionistas y en su vida diaria.
- ✓ Objetivo Particular 6 (OP6): Apoyar la creación de conflicto cognitivo en el estudiante al presentarle situaciones donde debe identificar la constante de proporcionalidad en una función lineal y diferenciar este comportamiento al compararlo con la función exponencial para propiciar la profundización en el concepto.
- ✓ Objetivo Particular 7 (OP7): Propiciar el desarrollo de habilidades en los estudiantes para la construcción y comunicación de modelos matemáticos aplicables a la resolución de problemas de proporcionalidad al emitir criterios para la interpretación de datos y las representaciones matemáticas de la solución
- ✓ Objetivo particular 8 (OP8): Lograr que los estudiantes usen la proporcionalidad como modelo matemático para resolver situaciones contextualizadas en la vida real distinguiendo entre aquellas donde el modelo matemático es y no es el apropiado y en las que sí lo es.

3.2.2 Actividades que integran la secuencia

Esta sección se describen las actividades que integraron la secuencia y su diseño

3.2.2.1 Diseño de las actividades

Las actividades que integraron la secuencia son diez. Estas actividades pueden dividirse en tres categorías distintas: *Actividades de calentamiento*, Actividades Provocadoras de Modelos y Actividades de evaluación. Las bases para el diseño de las Actividades Provocadoras de Modelos son mencionadas en detalle en el apartado 2.2.1.1.

El contexto en el que se desarrolla cada situación problemática de las APM fue introducido a través de *Actividades de calentamiento* donde los estudiantes realizaron comparaciones, establecieron características cualitativas e intercambiaron puntos de vista con sus compañeros. Estas actividades también incentivaron a iniciar la actividad lingüística entre los estudiantes que, según Vergnaud (1990), favorece la realización de la tarea y la resolución del problema mediante el descubrimiento o construcción de relaciones, la organización temporal de la acción y su control. Durante las *Actividades de calentamiento* el estudiante hizo referencia a situaciones que dieron sentido a los conceptos abordados durante las APM.

La situación problemática incluida en la APM tuvo como finalidad evocar varios esquemas antes de que emergiera una solución. Según Vergnaud, los procedimientos heurísticos esbozados por los estudiantes son esquemas que pueden o no ser efectivos o eficaces en la resolución. El conjunto de invariantes sobre los que reposan estos esquemas los define como conceptos y teoremas en acto. Podemos destacar algunos de los conceptos asociados al campo conceptual multiplicativo: proporción simple y múltiple, funciones lineales, fracción, número racional y porcentaje, análisis de unidad dimensional, mapeo lineal y combinación lineal de magnitudes.

Las actividades se dividieron en dos bloques. El primer bloque está centrado en el concepto de proporcionalidad y su relación con la noción de función, mientras que el segundo bloque se enfoca en la proporción y su relación con el pensamiento estadístico. Los conceptos que se abordan en las actividades se describieron en la sección 2.6. En particular, la actividad A5 es un enlace entre los bloques de actividades donde se integran conceptos como razón escalar (actividad A2) con porcentaje como un índice estadístico (actividad A7).

3.2.2.2 Descripción breve de las actividades (bloques de actividades)

Actividades de calentamiento

Actividad 1, 3 y 6 (A1, A3 y A6): Estas actividades fueron de *calentamiento* pues permitían introducir a los estudiantes en un contexto de la vida real. Consistieron en un artículo relacionado con la situación problemática a resolver en la actividad subsecuente, lo cual, permitía familiarizar al estudiante con el contexto e introducir palabras que pudiera desconocer (por ejemplo: costo, precio, logística, gasto, etc.), lo cual, podía representar una dificultad para comprender la situación planteada. La lectura incluía preguntas de reflexión respecto al contexto en el que se desarrollaba, esto representaba una motivación para resolver problemas relacionados.

Actividades Provocadoras de Modelos

La actividad 2 (A2): fue diseñada para posibilitar que el estudiante articulara conceptos relacionados con la proporcionalidad como: número racional, porcentaje, razón operador (escalar y funcional), ecuación lineal, función lineal, unidad dimensional, variación, comparación, valor unitario, doble proporcionalidad, proporción y uso del algoritmo de la regla de tres. Esta actividad también permitía identificar la estrategia de solución usada por el estudiante para resolver la situación. El objetivo de la actividad era que el estudiante identificara, describiera, interpretara, explicara y predijera una situación apoyado en su razonamiento proporcional.

La actividad 4 (A4): contenía una situación problemática, donde el estudiante debía estimar del gasto acumulado en medicamento a lo largo del tiempo y el costo del tratamiento en un periodo determinado. La situación problemática plantea dos tipos de crecimiento: lineal $(f(x) = kx)$ y exponencial $(f(x) = k(1+c)^x)$. El objetivo de la actividad era comparar ambos crecimientos y diferenciarlos para profundizar en el concepto de la constante de proporcionalidad.

La actividad 5 (A5): incluía una situación problemática que planteaba un gasto inesperado que afectaba sensiblemente el ingreso de un trabajador. El objetivo de la actividad era que el estudiante profundizara en la noción de porcentaje al identificar, describir e interpretar distintas representaciones del mismo, así como establecer razonamientos que permitieran solucionar la situación problemática. La situación permitió al estudiante dar sentido al porcentaje como una cantidad intensiva de naturaleza relacional y utilizarlo para resolver la situación problemática.

La actividad 7 (A7) contenía un problema en el cual se planteaba comparar poblaciones mediante el porcentaje representado como un índice estadístico. Durante la actividad podían surgir otros conceptos relacionados con la proporcionalidad como variación, tasa, razón, entre otros.

Actividades de evaluación

La actividad 8 (A8) planteaba un problema de mezclas para el tratamiento de una enfermedad. Esta actividad pretendía evaluar los conceptos revisados con anterioridad que se relacionan con la proporcionalidad. Esta actividad se realizó de manera individual.

La actividad 9 (A9) contenía un problema en el cual se planteaba la necesidad de analizar la mejor opción de financiamiento. Esta actividad evaluaba la comprensión del concepto de porcentaje como un operador función al ser usado para establecer una tasa uniforme; también los conceptos de constante de proporcionalidad, función lineal y función exponencial.

La actividad 10 (A10) presentaba un problema que implicaba la comparación de poblaciones. Se pretendía evaluar la comprensión respecto a conceptos relacionados con la proporcionalidad como porcentaje y frecuencia relativa.

3.2.3 Etapas y fases de la implementación

La secuencia didáctica fue implementada en dos etapas: implementación preliminar (piloto) e implementación final. La implementación final de la secuencia de actividades se realizó en fases las cuales se explican a continuación.

3.2.3.1 Fase 1: Entrega de actividad de calentamiento y trabajo en equipo

Esta fase comenzó con la lectura de la *actividad de calentamiento*, la cual buscaba facilitar el entendimiento del problema. La lectura tenía una relación directa con el contexto de la APM finalizaba con preguntas dirigidas a esclarecer posibles dudas respeto al contexto. Esta fase terminó con la discusión grupal de las respuestas.

3.2.3.2 Fase 2: Entrega de actividad con el problema y trabajo en equipo

En la fase 2 se entregó a los alumnos la actividad con el problema para ser resuelta en clase en un ambiente colaborativo. Esta fase se caracterizó por la construcción de modelos para resolver el problema. Los modelos fueron trabajados en equipo, donde se evaluaron, refinaron y se prepararon para presentar en una discusión grupal.

3.2.3.3 Fase 3: Discusión grupal y cierre de la sesión

En esta fase los equipos de estudiantes presentaron sus modelos de solución al grupo. Se llevó a cabo una discusión grupal con el objetivo de ampliar y extender el conocimiento. La discusión permitió la reflexión y, en algunos casos, la reformulación del modelo.

3.2.3.4 Fase 4: Trabajo individual

Esta fase consistió en solucionar la APM de manera individual como tarea extra clase. El objetivo de esta Fase fue que el estudiante integrara y refinara el conocimiento al reconstruir un modelo de solución propio.

3.2.4 El papel del profesor durante la secuencia

El papel del profesor (el cual se detalló en el apartado 2.5) fue considerado de suma importancia, por ello, para las fases 2 y 3 de la implementación se diseñaron algunas preguntas dirigidas a orientar a los estudiantes a profundizar en el concepto de proporcionalidad. En la Tabla 3.1 se presentan algunas de las preguntas que se formularon, las cuales tenían una finalidad basada en un objetivo específico.

Pregunta	Finalidad
¿Se pueden comparar estas cantidades? ¿Cómo es la relación entre estas cantidades?	Analizar la relación entre los índices comparativos
¿Cómo afecta el cambio de una cantidad en la otra?	Analizar la relación de covariación entre las cantidades
¿Cómo puedes aproximarte a la cantidad que habría si… ?	Provocar que el estudiante haga una estimación del resultado
Si fuese necesario hacer una repartición ¿Qué cantidad asignarías a cada uno?	Analizar la relación de reparto y distribución de cantidades
¿Qué podemos concluir al comparar esta información?	Comparación, variación, semejanza
¿Qué significa este porcentaje?	Analizar el índice comparativo estandarizado

Tabla 3.1. Preguntas enfocadas a profundizar en el concepto de proporcionalidad

3.2.5 instrumentos de recolección de información

Los instrumentos utilizados para recopilar información durante la implementación de la secuencia didáctica fueron: grabaciones de audio y/o video de las presentaciones de los equipos, hojas de trabajo de las actividades realizadas en el aula, hojas de trabajo de tareas individuales, fotografías de algunos procedimientos realizados en el pizarrón realizados por los alumnos al justificar sus procedimientos en el debate del grupo y archivos en Excel y Word entregados en formato digital.

3.3 Representaciones matemáticas esperadas

Los estudiantes universitarios cuentan con conocimiento matemático previo adquirido a lo largo de su educación. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, muestran dificultades al momento de resolver problemas de proporcionalidad.

Lesh y Doerr (2003) aportan un diagrama que permite visualizar las representaciones y las relaciones entre ellas (Figura 3.1) el cual permite ilustrar qué representaciones pueden utilizar los estudiantes.

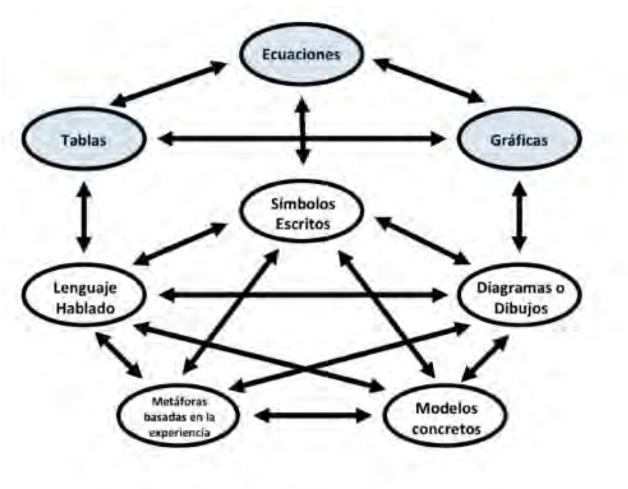


Figura 3.1. Diagrama de representaciones Lesh y Doerr (2003)

En la Tabla 3.2 se muestran algunos ejemplos de las representaciones matemáticas que se esperaba que surgieran durante la resolución de las actividades.

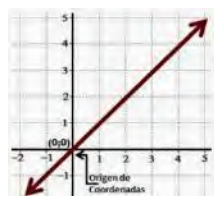
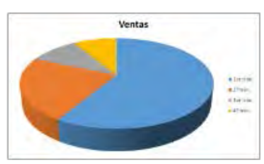
<table>
<tr><th>Representación</th><th>Ejemplo</th></tr>
<tr><td>Verbal</td><td>Compara cantidades y analiza variación entre ellas. Un ejemplo puede ser: la relación entre las cantidades “a” y “b” es semejante a la relación que existe entre las cantidades “c” y “d”.</td></tr>
<tr><td>Simbólica</td><td>$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$</td></tr>
<tr><td>Algebraica</td><td>$f(x) = mx$</td></tr>
<tr><td>Gráfica poligonal</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Tabular</td><td><table><tr><td>Porciones</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>Costo</td><td>$15.00</td><td>$30.00</td><td>$45.00</td><td>$60.00</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Gráfica circular</td><td>
</td></tr>
</table>

Tabla 3.2. Posibles representaciones de la proporcionalidad que los estudiantes pudieran llevar a cabo.

Estos son sólo algunos ejemplos de las representaciones que se esperaban por parte de los estudiantes al trabajar en la resolución de los problemas. También se esperaba la fluidez en el uso de las representaciones.

3.4 Categorías de análisis

Las categorías de análisis que se utilizan en esta tesis están basadas en ciclos de entendimiento cualitativo, cuantitativo y algebraico (Vargas, Reyes y Cristóbal 2016). Estas categorías se construyeron con base en la interpretación de la perspectiva de Modelos y Modelación.

3.4.1 Ciclo de entendimiento cualitativo

En este ciclo, el estudiante toma sentido de la situación en la que se desarrolla el problema, así como de las variables involucradas (Lesh y Doerr, 2003). El alumno identifica la existencia de variables y la posible relación entre ellas, también utiliza metáforas basadas en la experiencia donde puede expresar variación conjunta de dos cantidades, sin utilizar representaciones matemáticas como números, tablas, gráficas o expresiones algebraicas. El estudiante puede expresar el comportamiento y la relación entre variables mediante los términos lingüísticos como, por ejemplo: creció, decreció, toma valores pequeños o grandes, esto es más grande que, entre otros.

3.4.2 Ciclo de entendimiento cuantitativo

En este ciclo, el estudiante es capaz de establecer cuantitativamente qué significan las expresiones lingüísticas como las vistas anteriormente, es decir, el estudiante puede responder preguntas como "¿Cuánto decreció o crecerá?" y las comparaciones se vuelven numéricas (Lesh y Doerr, 2003). Es en este ciclo donde el alumno expresa, mediante representaciones tabulares y gráficas, los datos y sus relaciones. Esta representación puede permitirle comprender y describir el problema o situación.

3.4.3 Ciclo de entendimiento algebraico

Es posible que los estudiantes que alcancen este ciclo hayan diferenciado, integrado y refinado distintos sistemas o modelos previamente. Por ello, en este ciclo, los estudiantes pueden llegar a mostrar fluidez en las representaciones (tabulares, gráficas, verbales, etc.) y manipulación de símbolos algebraicos al resolver una situación. El estudiante, al utilizar para describir e interpretar un fenómeno la construcción, utilización, tránsito y coordinación de distintas representaciones, demuestra un entendimiento profundo de los conceptos matemáticos (Duval, 1996).

Vargas, Reyes y Cristóbal (2016), señalan que “la comprensión o entendimiento conceptual no se logra por medio de un proceso lineal… pueden existir ciclos de entendimiento intermedios entre los ciclos anteriores, los cuales señalan un tránsito entre ciclos e involucran un desarrollo incompleto de las fases de diferenciación, integración y refinamiento”. (p. 70)

Dentro del ciclo cuantitativo, se pueden distinguir dos factores de complejidad cognitiva: la identificación de conceptos y el dominio de experiencia.

- Uso de conceptos matemáticos: valores numéricos, razón, tasa, número entero, decimal, fracción, porcentaje, variación, proporción, función lineal y constante de proporcionalidad.

- Dominio de experiencia: teoremas en acto, estrategias, algoritmos y procedimientos utilizados durante la resolución del problema (Multiplicación división, algoritmo de la regla de tres, análisis de la unidad dimensional, búsqueda del valor unitario, razones operadores) y las representaciones utilizadas por los alumnos.

Los ciclos, las representaciones y los factores de complejidad cognitiva fueron fundamentales para definir las categorías de análisis para las actividades. En la tabla 3.3 que se muestran los descriptores para el Bloque 1 de actividades y en la tabla 3.4 los descriptores para el Bloque 2 de actividades.

Ciclos	Representación	Procedimientos	Conceptos Matemáticos
Cualitativo	Verbal		Comparación
Cuantitativo	Aritmética sin organización tabular	Aplicación sucesiva de dos operadores	Fracción Razón Proporción Variación Porcentaje
	Tabular	Uso de operador razón (AV)	
		Análisis de unidad dimensional: Producto de medidas (AH) Regla de tres	
	Tabular-Geométrica	Identifica la constante de proporcionalidad y variables	Variables dependientes e independientes. Constante de proporcionalidad
Algebraico	Algebraica *	Uso de simbolismo algebraico	Variables dependientes e independientes Función lineal.

Tabla 3.3. Categorías de análisis bloque 1 de actividades

Ciclos	Representación	Procedimientos	Conceptos Matemáticos
Cualitativo	Verbal		Comparación
Cuantitativo	Aritmética sin organización tabular	Resultados derivados de operaciones aritméticas desorganizadas	Fracción Razón Proporción Variación Porcentaje
	Tabular	Resultados derivados de operaciones aritméticas organizados de manera tabular	

Gráfica	Resultados derivados de operaciones aritméticas organizados de manera gráfica

Tabla 3.4. Categorías de análisis bloque 2 de actividades

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se analizan los resultados obtenidos en la implementación de la secuencia didáctica, así como los resultados de las actividades de evaluación.

4.1 Observaciones con respecto a la implementación en etapa piloto de la secuencia didáctica

En un principio, en la etapa piloto, se aplicó una versión preliminar de las actividades a un grupo de estudiantes de la Licenciatura en Medicina. El piloto permitió hacer observaciones respecto a la resolución de las actividades, identificar posibles preguntas o dudas de los estudiantes, corroborar el tiempo previsto para resolución de las actividades, anticipar algunos de los posibles caminos (correctos e incorrectos) que los estudiantes seguirían para solucionar la situación problemática.

Una vez hechas las modificaciones pertinentes en las actividades de la secuencia, se llevó a cabo la implementación final con un grupo similar de estudiantes.

4.2 Resultados y análisis de la implementación de la secuencia didáctica

En esta sección se examinan los procedimientos seguidos por los estudiantes para realizar cada una de las actividades de la secuencia didáctica.

4.2.1 Análisis de las actividades A1 y A2

Antes de comenzar la primera actividad de la secuencia didáctica, se les pidió a los alumnos que formasen equipos de tres integrantes cada uno; los cuales, permanecerían sin cambios durante la implementación de la secuencia. Esta primera sesión tenía por objetivos: identificar los conocimientos previos de los estudiantes sobre conceptos como: razón y proporción; así como apoyar el desarrollo de la habilidad de comunicación como una vía para la profundización del concepto de proporcionalidad, mediante la reflexión y el análisis de situaciones que les permitieran modificar, ampliar y refinar sus modelos (OP1, OP2, OP3, OP4 y OP5).

4.2.1.1 Fase 1: Entrega de la actividad de calentamiento (A1) y trabajo en equipo

Al iniciar esta actividad se le entregó a los equipos de alumnos la *lectura de calentamiento* titulada "Importancia de la calidad alimentaria en las clínicas y hospitales: las dietas hospitalarias, definición y tipos fundamentales" (Anexo 1). Al final de la actividad se encontraban preguntas de comprensión relacionadas con términos como "costo" y "logística".

La actividad despertó inquietudes en los estudiantes respecto al tema y permitió el libre intercambio de opiniones. La mayoría de las ideas expresadas estuvieron relacionadas con los costos de los alimentos. Por ejemplo: "¡Imagínate el costo de hacer una dieta para cada enfermo según sus características!", "cada insumo tiene un costo en específico que se debe cubrir", "el hospital administra sus recursos monetarios distribuyéndolos en cada área… (incluso debe tomar en cuenta) los insumos para cubrir los costos y gastos correspondientes a la gestión alimentaria", "Presenta un gran gasto al hospital ya que cada paciente requiere de una dieta adecuada a él, los ingredientes, etc.".

Es importante mencionar que en estos comentarios se observa cómo los estudiantes identificaron variables y la relación entre ellas. Estas reflexiones forman parte del primer ciclo de entendimiento de los alumnos: el ciclo cualitativo.

4.2.1.2 Fase 2: Entrega de la actividad con el problema (A2) y trabajo en equipo

Durante la resolución de la Actividad 2 los alumnos pasaron de un ciclo de entendimiento cualitativo a un ciclo de entendimiento cuantitativo, pues cambiaron las expresiones verbales de "cada insumo tiene un costo especifico" a "el costo del ingrediente es de $10.00 pesos por paquete". Es decir, los estudiantes identificaron datos y empezaron a operar con ellos. A continuación se describen los procedimientos realizados.

4.2.1.2.1 Interpretación errónea de los datos

De los siete equipos, cinco (71%) identificaron de manera correcta los datos. Sin embargo, los equipos 2 y 6 (29%) evidenciaron una mala interpretación. Aun cuando los procedimientos de los equipos 2 y 6 fueron correctos, los resultados fueron erróneos, pues los estudiantes trabajaron los datos de manera equivocada desde el principio, como se describe a continuación.

El equipo 2 utilizó operadores escalares (Figura 4.1) como procedimiento para resolver la pregunta 1. Para encontrar la porción diaria requerida de huevo por platillo para los pacientes adultos, los estudiantes confundieron el dato semanal con el diario (utilizaron el dato de los pacientes por semana como el número de pacientes por día) e hicieron lo siguiente. El dato de las dos piezas de huevo (proporcionado en el problema) lo multiplicaron por 19 (número de pacientes adultos por semana). Es decir, los estudiantes realizaron operaciones que reflejaron el uso de operadores escalares: 19 veces 2; la única cantidad con dimensión fue el 2, lo cual se refleja en el resultado final: 38 piezas. El equipo 6 realizó un procedimiento similar.

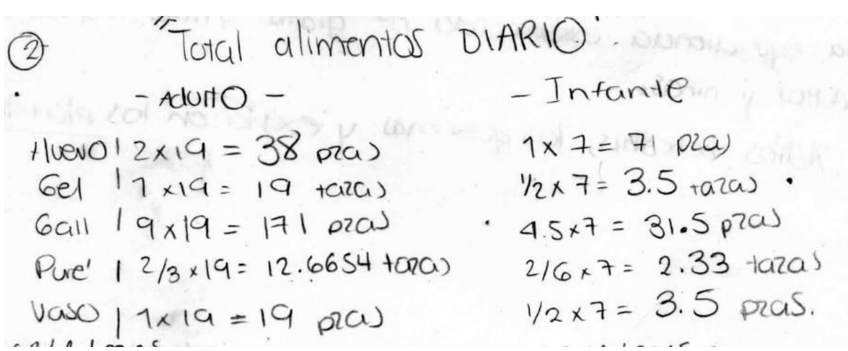


Figura 4.1. Estimación semanal de consumo de alimentos realizada por Equipo 2.

Los equipos 2 y 6 realizaron operaciones innecesarias. Es posible que esto se debiera a que con frecuencia los estudiantes aplican procedimientos algorítmicos memorizados que no saben cuándo o cómo utilizar en la resolución de problemas; tal como está documentado en la literatura de investigación (NCTM, 2003; Santos, 2014)

4.2.1.2.2 Representación aritmética sin organización tabular

Como se observa en la Figura 4.2, el equipo 4 llevó a cabo operaciones de multiplicación y división realizando un análisis de tipo vertical (Vergnaud, 1995). Se centró en la noción de operador-escalar (sin dimensión) mencionado a detalle en la sección 2.3.1 de esta tesis. Según este análisis, el conocimiento exhibido por el equipo 4 se ubica en la cuarta etapa mencionada por Vergnaud, pues no evidenció en su procedimiento el uso del concepto de razón operador.

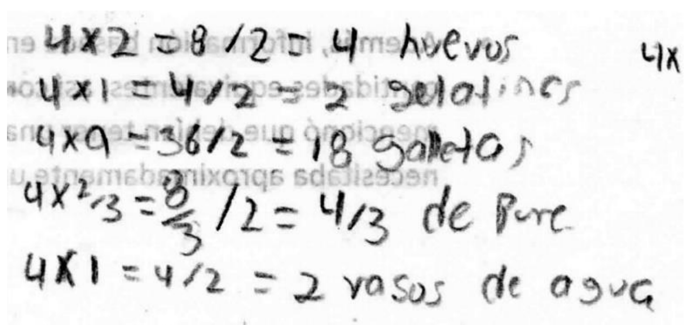


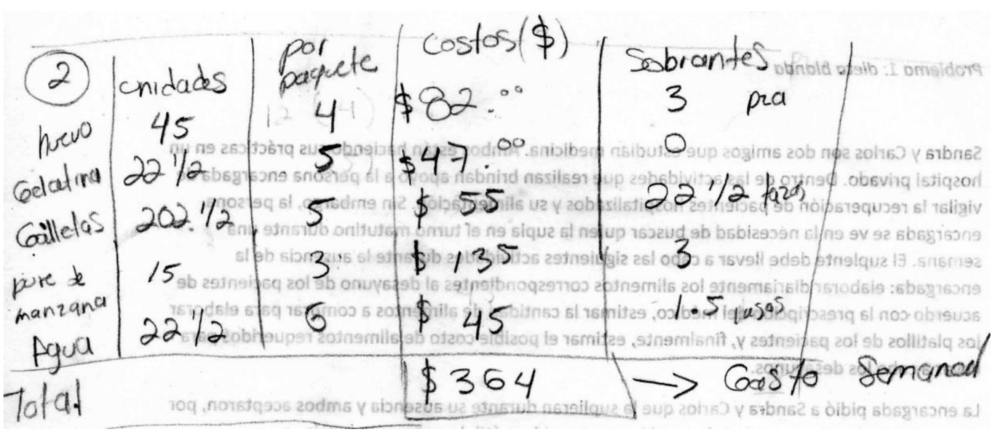
Figura 4.2. Operaciones consecutivas realizadas por el Equipo 4.

La Figura 4.2 muestra las operaciones realizadas. Nótese que no hay una comprensión del uso del signo igual (error detectado en la literatura de investigación, por ejemplo por Kieran, 2006). Para calcular la cantidad de galletas que consumirían cuatro pacientes infantes un determinado día, multiplicaron cuatro (cantidad de porciones a calcular) por nueve (cantidad de galletas requerida para una dieta para adulto), obteniendo como resultado 36 galletas para 4 porciones de alimento de un adulto. Dado que los infantes consumían la mitad de la porción de un adulto, dividieron 36 entre 2 para obtener el total correspondiente a los pacientes infantes. Es decir, los estudiantes primero multiplicaron y luego dividieron reflejando el uso de operadores multiplicativos: 4 veces 9 y 36 veces ½. Esto muestra el manejo de la fracción cómo operador escalar (Vergnaud, 1995). Puesto que la única cantidad con dimensión era 9 (piezas de galletas), los estudiantes escribieron como resultado 18 piezas de galleta.

Sólo el 14% de los equipos (equipo 4) organizó sus datos siguiendo este esquema, mientras que el 86% de los equipos organizó los datos de manera tabular, lo cual se explica a continuación.

4.2.1.2.3 Representación tabular

En la Figura 4.3 se observa un procedimiento representativo del 86% de los equipos que elaboraron una tabla para resolver el problema. En la tabla, realizada por el equipo 5, se muestran cinco columnas y seis renglones. De izquierda a derecha, la primera columna representa los ingredientes que requiere el platillo. En la segunda columna se registran las cantidades requeridas para satisfacer la demanda de platillos durante la semana. La tercera columna especifica las cantidades por presentación (paquetes) de producto que se requieren comprar para satisfacer la demanda de los platillos. La cuarta columna representa el costo de comprar los paquetes requeridos. Finalmente, la quinta columna representa las posibles piezas sobrantes al comprar una presentación o un paquete de alimentos que exceden la demanda para satisfacer la dieta.



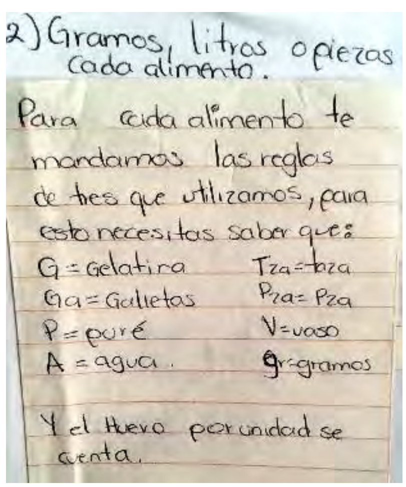
2	cnidades	por paquete	costos($)	Sobrantes
huevo	45	4	$82.°°	3 pza
Gelatina	22 1/2	5	$47.°°	0
Galletas	202 1/2	5	$55	22 1/2 pzas
pure de manzana	15	3	$135	3
Agua	22 1/2	6	$45	1.5
Total			$364	→ Costo Semanal

Figura 4.3. Representación tabular realizada por el Equipo 5.

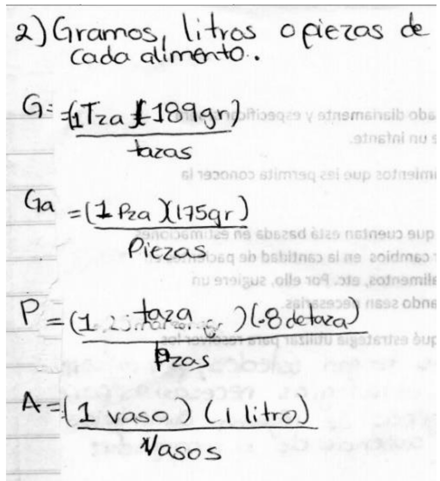
En la Figura 4.3 encontramos el modelo propuesto por el quipo 5 donde, por ejemplo, para satisfacer la demanda de huevo de los 26 pacientes (19 pacientes adultos y 7 pacientes infantes) se requerían 45 huevos. Los equipos propusieron comprar el producto en paquetes de docena, por ello, los alumnos estimaron necesario comprar 4 docenas (lo que implicaba comprar 48 unidades de huevo), con un costo aproximado de $82.00 pesos por las cuatro docenas. Dado que sólo se requerían 45 unidades (piezas) de huevo, se estimaron 3 piezas de huevo sobrantes (columna 5, Figura 4.3) al comprar las 4 docenas.

Podemos observar que este arreglo tabular es informativo y conceptos como variación, no son evidentes. Sin embargo, conceptos relacionados con proporcionalidad como lo son las magnitudes discretas, las fracciones, la razón, la proporción fueron utilizados en el procedimiento para obtener los datos que se observan en la tabla.

El 86% de los equipos utilizó la regla de tres para identificar la unidad dimensional de las cantidades. Por ejemplo, 9 galletas era la porción requerida para cada platillo de un paciente adulto, sin embargo, al comprar las galletas era necesario conocer a cuánto equivalían en gramos. El equipo 1 realizó un análisis dimensional (Figura 4.4 y Figura 4.5) donde explicó los pasos necesarios para encontrar equivalencias.



Figuras 4.4. Abreviaciones utilizadas por el Equipo 1.



2) Gramos, litros o piezas de cada alimento.

$G = \frac{(1\,Tza)(189gr)}{tazas}$

$Ga = \frac{(1\,Pza)(175gr)}{Piezas}$

$P = \frac{(1\,taza)(.8\,de\,taza)}{Pzas}$

$A = \frac{(1\,vaso)(1\,litro)}{Vasos}$

Figuras 4.5. Análisis de unidad dimensional realizado por el Equipo 1.

El equipo recurrió al algoritmo de la regla de tres para llevar a cabo el análisis de unidades dimensionales. Vergnaud (1995) relaciona el análisis de unidades dimensionales con la regla de tres (sección 2.3 de esta tesis) y señala que la “regla de tres teórica” plantea dificultades distintas y desiguales para los estudiantes, sin embargo, cuando la regla es comprendida como una relación cuaternaria de variables, deja de ser trivial pues en ocasiones requiere de un análisis dimensional. Este uso no trivial se observa en los procedimientos del equipo 1.

4.2.1.2.3 Representación algebraica

Del total de los equipos, sólo el 43% (equipo 1,2 y 3) mostró en su procedimiento un tránsito hacia una representación algebraica. Por ejemplo, el equipo 3 escribió una relación lineal (Figura 4.6) e identificó en ella los siguientes elementos: una variable independiente (identificada en la Figura 4.6 por “x”), una constante de proporcionalidad (identificada en la Figura 4.6 por “B”) y una variable dependiente la cual estaba en función de x (identificada en la Figura 4.6 por $f(x)$), sin embargo, tuvo dificultades para nombrar y usar la variable independiente, así como, la constante de proporcionalidad (Figura 4.6).

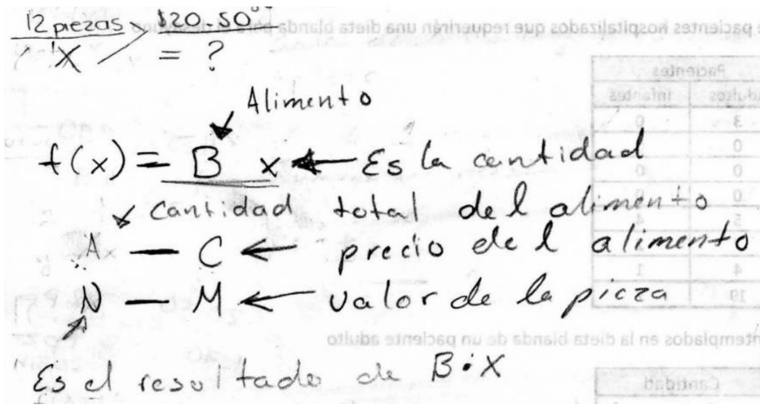


Figura 4.6. Acercamiento a una representación algebraica de la función lineal por parte del Equipo 3.

Aunque los estudiantes identificaron patrones de comportamiento, no lograron generalizar las relaciones en un lenguaje algebraico.

Podemos concluir que los modelos de solución que emergieron fueron cuantitativos.

Actividad	Ciclos	Representación	Procedimientos	Conceptos Matemáticos	Equipos
	Cualitativo	Verbal		Comparación	1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 (equivale al 100%)
A1 y A2	Cuantitativo	Aritmética sin organización	Aplicación sucesiva de dos operadores		4 (equivale al 14%)
		Tabular	Uso de operador razón (AV)	Fracción Razón Proporción Variación	1, 2 y 3 (equivale al 43%)[6]
			Análisis de unidad dimensional: Producto de medidas (AH) Regla de tres		5, 6 y 7 (equivale al 43%)

Tabla 4.1. Resultados de la implementación: Actividad A1 y Actividad A2

[6] Equipos en tránsito entre el ciclo de entendimiento cuantitativo y algebraico

4.2.1.3 Fase 3: discusión grupal y cierre de la Actividad 2

Durante esta fase se solicitó a los equipos que explicaran al grupo el procedimiento llevado a cabo para resolver la Actividad 2. Los equipos escribieron en el pizarrón cada uno de sus modelos (Figura 4.7) y los explicaron al grupo.

En esta fase el papel del profesor fue de guía. Planteó preguntas, con el objetivo de apoyar el refinamiento de los modelos.

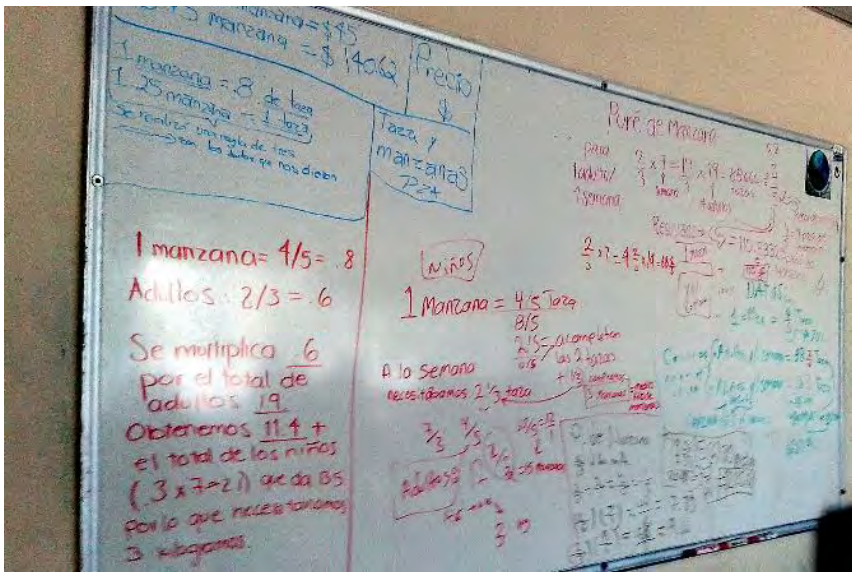


Figura 4.7. Procedimientos escritos en el pizarrón por los estudiantes durante la discusión grupal.

La discusión grupal estuvo en términos de describir y explicar las operaciones y procedimientos llevados a cabo para resolver el problema. Esto permitió a los integrantes de los equipos 2 y 7 darse cuenta de que habían mal interpretado los datos y esto había afectado sus resultados finales. Las dudas que surgieron en relación con los conceptos de razón, fracción, decimal y porcentaje, fueron discutidas y finalmente aclaradas con apoyo del docente.

Durante esta fase, algunos de los estudiantes mostraron cambios en sus procedimientos y, por lo tanto, en conocimiento matemático, con respecto al observado inicialmente, en la resolución del problema. Sin embargo, fue necesaria la intervención del maestro, mediante preguntas, para lograr un acercamiento al ciclo de entendimiento algebraico. Los estudiantes plantearon dudas respecto a la diferencia entre constante de proporcionalidad y variable independiente, la forma algebraica de la función lineal y la utilidad de la estrategia del valor unitario para encontrar la constante de proporcionalidad. Los estudiantes, durante la discusión grupal, exhibieron una mejoría en su habilidad de comunicación para explicar el modelo construido en equipo.

4.2.1.4 Fase 4: Trabajo individual

La cuarta fase consistió en resolver la Actividad 2 de manera individual y de tarea extra clase. En esta fase se observó que la mayoría de los estudiantes continuaban en un ciclo de entendimiento cuantitativo, pues no exhibieron fluidez en el uso de las representaciones y el uso del lenguaje algebraico. Sin embargo, se observa en el procedimiento del estudiante (Figura 4.8) perteneciente al equipo 5 una relación algebraica para describir el proceso de solución del problema.

$$\text{Costo por cantidad} = (p)(n)$$

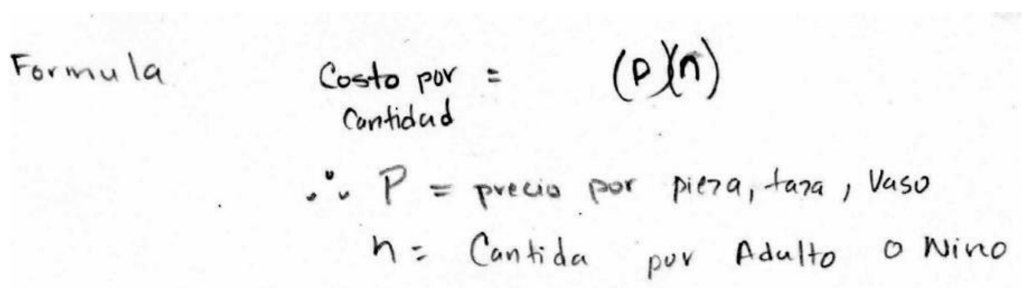


Figura 4.8. Tarea individual extra clase: representación algebraica alcanzada.

Durante la implementación de la primera sesión de actividades se exhibieron los conocimientos previos del estudiante, lo cual era parte del objetivo planteado. Los procedimientos realizados por los estudiantes permiten identificar el uso de conceptos como fracción, razón y proporción en la resolución de los problemas, así como el uso de la regla de tres. Se observó que la mayoría de los estudiantes utilizaron un análisis vertical (Vergnaud, 1995) resolviendo con operadores escalares el problema. Se evidenciaron dificultades al momento de plantear la representación algebraica de la solución, las cuales fueron abordadas en la Fase 3. Durante la resolución del problema (Fase 1 y Fase 2) así como en la discusión grupal (Fase 3) se observó mejoría en la habilidad de comunicación de los estudiantes permitiéndoles profundizar en el concepto de proporcionalidad. En conclusión, las actividades A1 y A2 permitieron avanzar en el logro de los objetivos OP1, OP2, OP3, OP4 y OP5

4.2.2 Análisis de las actividades A3 y A4

El segundo bloque de actividades tenía por objetivos: Apoyar la creación de conflicto cognitivo al presentar situaciones, cuya resolución permitiera profundizar en el concepto de constante de proporcionalidad en una función lineal y mediante la diferenciación del comportamiento de una función lineal respecto de una función exponencial. De igual manera, al resolver la situación problemática se buscaba propiciar el desarrollo de habilidades de análisis de datos y argumentación (OP1, OP2, OP3, OP4, 0P5, OP6, OP7 y OP8).

4.2.2.1 Fase 1: Entrega de la actividad de calentamiento (A3) y trabajo en equipo

La sesión comenzó con la entrega de la lectura “el costo de vivir con diabetes” (Anexo 1) la cual debía ser leída por los alumnos en equipo. Al final de la lectura se encontraban preguntas de comprensión del contexto.

La lectura permitió que los alumnos comenzaran a explorar la problemática de la diabetes. Esto se corrobora en los comentarios recopilados, los cuales fueron con relación a: “lo mucho” que costaban los medicamentos; la cantidad de “tiempo” que debía medicarse el paciente y la importancia de dar seguimiento a la evolución de la enfermedad en cada paciente. Algunas de las expresiones de los alumnos se relacionaron con las variables como el costo o el tiempo. Por ejemplo: “mi abuelo tiene diabetes y, aunque los medicamentos no le cuestan porque se los da el Seguro, una vez tuvo que comprarlos y dijo que salieron muy caros”, “la diabetes se ha convertido en un problema de salud pública, he escuchado que le cuesta mucho al Estado”, “he escuchado que una vez que enfermas de diabetes ya no te curas, sólo puedes controlarla, así que si te enfermas joven tienes que medicarte toda tu vida.

4.2.2.2 Fase 2: entrega de la actividad con el problema (A4) y trabajo en equipo

La segunda fase comenzó con la lectura del problema en equipo. En los acercamientos a la solución de la Actividad 4 se observó un tránsito del ciclo de entendimiento cualitativo al cuantitativo y, del ciclo de entendimiento cuantitativo al ciclo de entendimiento algebraico.

La situación planteada requería que el alumno analizara dos escenarios distintos. El primero le pedía al alumno estimar el posible gasto acumulado destinado al tratamiento de cierta enfermedad durante un tiempo determinado bajo el supuesto que el costo del medicamento por año no registraba incremento alguno.

El segundo escenario planteaba un incremento anual en el costo del medicamento lo que implicaba un crecimiento exponencial.

4.2.2.2.1 Representación aritmética sin organización tabular

En un principio, para resolver el problema, todos los equipos realizaron varias operaciones aritméticas, en particular, los equipos 1 y 4, (los cuales representan el 29% del grupo) mostraron operaciones sin organizaron tabular como lo muestra la Figura 4.9.

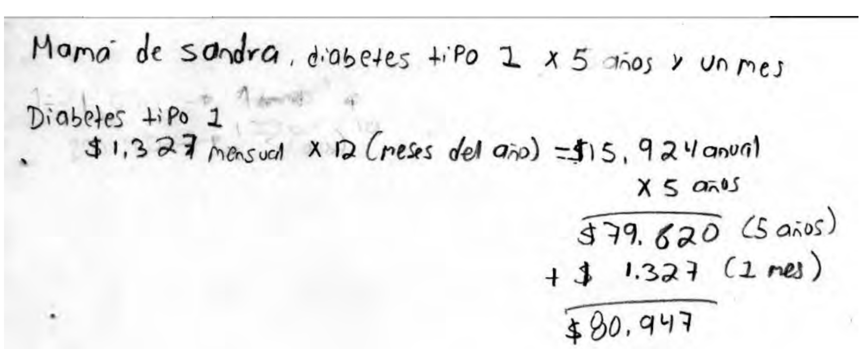


Figura 4.9. Operaciones y procedimiento realizado por los estudiantes del Equipo 4.

Los equipos 1 y 4 no utilizaron representaciones gráficas ni algebraicas, se limitaron a hacer operaciones similares a las de la Figura 4.9 para dar respuesta a parte de la problemática planteada en el problema. En cambio los equipos 2, 3, 5, 6 y 7 (correspondiente al 71% del grupo) utilizaron una representación tabular. En seguida se describen los procedimientos.

4.2.2.2.2 Representación tabular aritmética

En el primer escenario planteado, donde se sugería un costo fijo en el precio de los medicamentos, el 71% de los equipos realizó una representación tabular aritmética (equipos 2, 3, 5, 6 y 7) para organizar los resultados.

En la tabla se reflejaba el posible gasto acumulado durante el tiempo del tratamiento del paciente, bajo el supuesto de no haber sufrido incremento alguno (Figura 4.10).

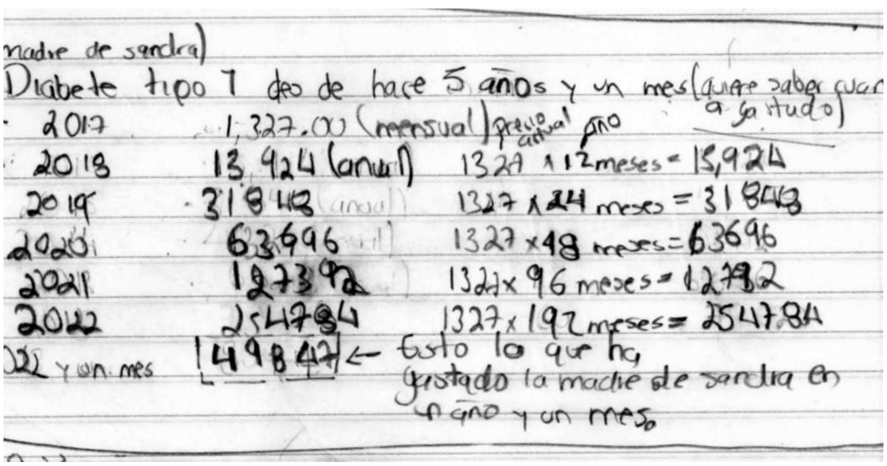


Figura 4.10. Representación tabular de la solución realizada por los estudiantes del Equipo 7.

En la Figura 4.11 se muestra cómo, para calcular el gasto en tratamiento anual durante el periodo que el paciente había estado enfermo, los integrantes del equipo seis multiplicaron el costo del tratamiento por el tiempo (en meses) que el paciente había sido tratado.

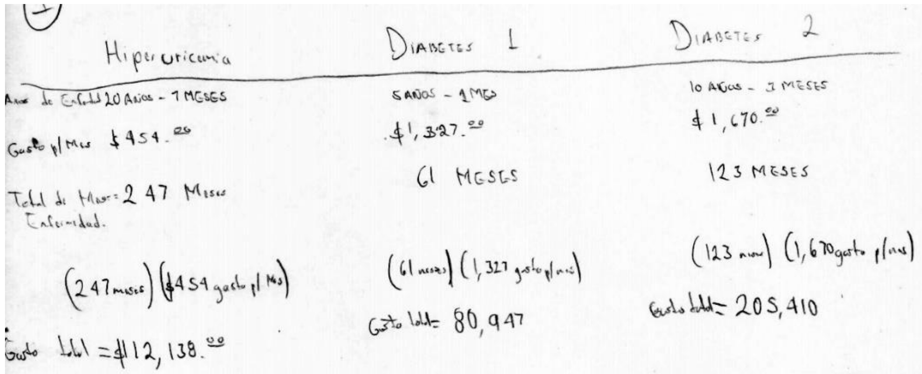


Figura 4.11. Identificación de la contante de proporcionalidad en la función lineal. Procedimiento realizado por los estudiantes del Equipo 6.

En estas figuras (4.10 y 4.11) se observa la identificación de un patrón para realizar las operaciones necesarias para resolver el problema.

4.2.2.2.3 Representación tabular geométrica

Los equipos 2, 3 y 5 (43%) organizaron de manera tabular el resultado de la estimación del gasto en medicamento por año.

La Figura 4.12 corresponde a la tabla realizada por el equipo 3. Se puede observar cómo los alumnos identificaron la variación entre uno y otro año. Por ejemplo, en el caso de la “mamá de Sandra” (uno de los pacientes mencionados en el problema cuyo medicamento duplicaba su costo anualmente) los estudiantes escribieron en forma de columna el costo del medicamento correspondiente a cada año. De manera explícita, desplegaron la progresión geométrica cuya razón es 2 y la identificaron.

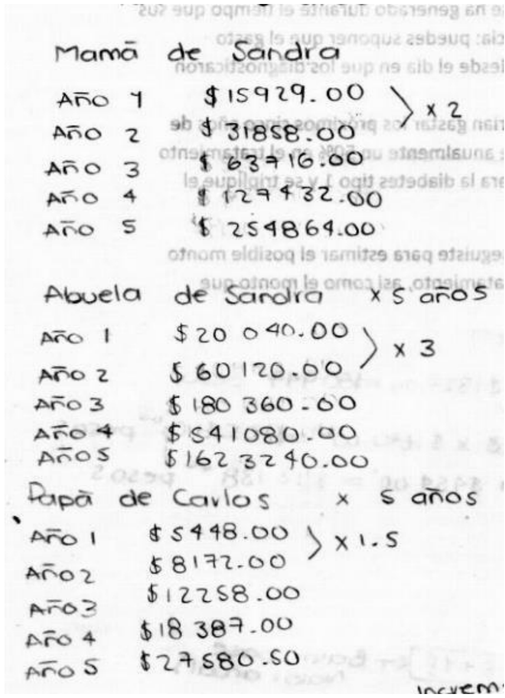


Figura 4.12. Representación tabular geométrica realizada por los estudiantes del Equipo 3.

Dentro de los procedimientos que los estudiantes realizaron para calcular el incremento en el costo del medicamento se encuentra el uso del algoritmo de la regla de tres (Figura 4.13). El problema expresaba el aumento en el costo del medicamento a razón del 50% anual en comparación del año anterior. En la Figura 4.13 se muestra el cálculo realizado por los alumnos del equipo 5 para estimar la cantidad que representaba dicho aumento en un año específico: los alumnos multiplicaron $1,532.25 (cantidad que corresponde al precio mensual del medicamento durante el tercer año) por la razón 50/100, esto para calcular la proporción (en pesos) de aumento en el precio, el cual estaba expresado en porcentaje en los datos del problema.

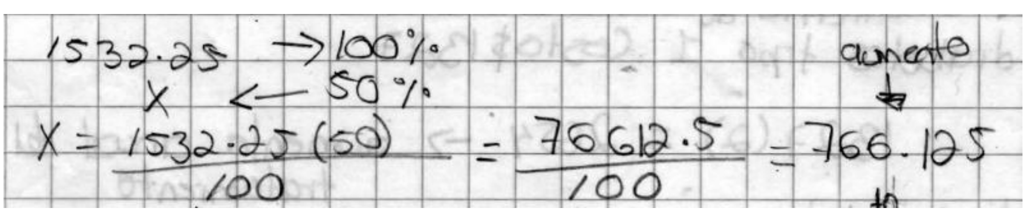


Figura 4.13. Procedimiento regla de tres realizado por los estudiantes del Equipo 5.

El equipo 3 identificó cómo el costo inicial del tratamiento se duplicaba anualmente (Figura 4.14).

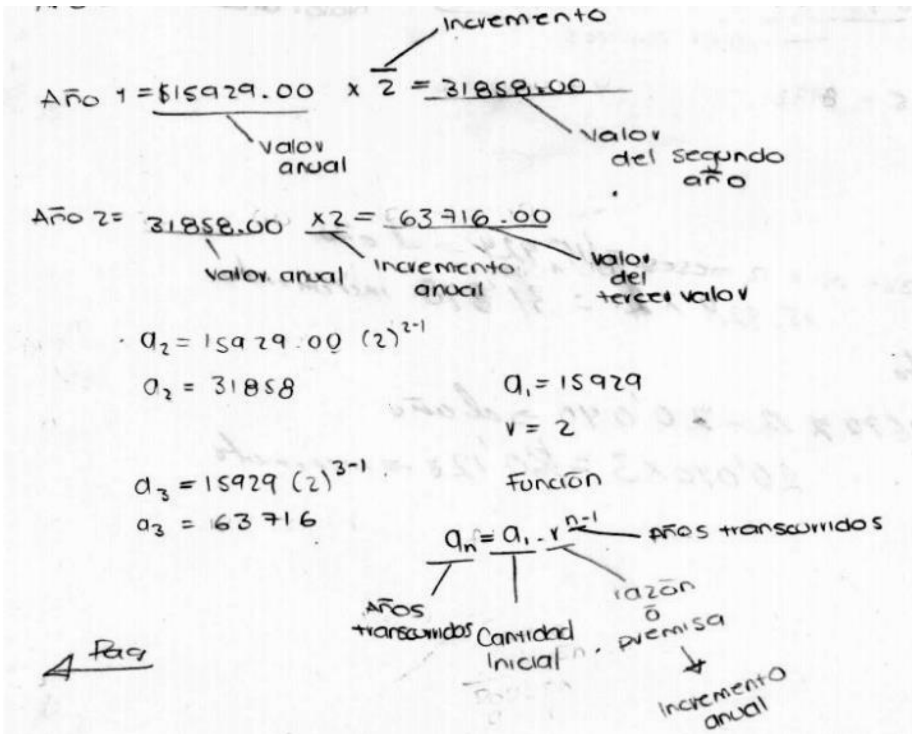


Figura 4.14. Identificación del comportamiento de la función exponencial realizada por los estudiantes del Equipo 3.

4.2.2.2.4 Representación algebraica función lineal

El 43% de los equipos (2, 3 y 5) utilizó una escritura cercana a la representación algebraica de la función para explicar cómo se había estimado el gasto en tratamientos a lo largo del tiempo.

En la Figura 4.15 se muestra cómo los estudiantes del equipo 2 identificaron la proporcionalidad en el crecimiento lineal del gasto acumulado (b), el cual, dependía del tiempo (en meses) que el paciente había estado en tratamiento (m) y el precio del medicamento (a) el cual identifican que permanece constante (constante de proporcionalidad).

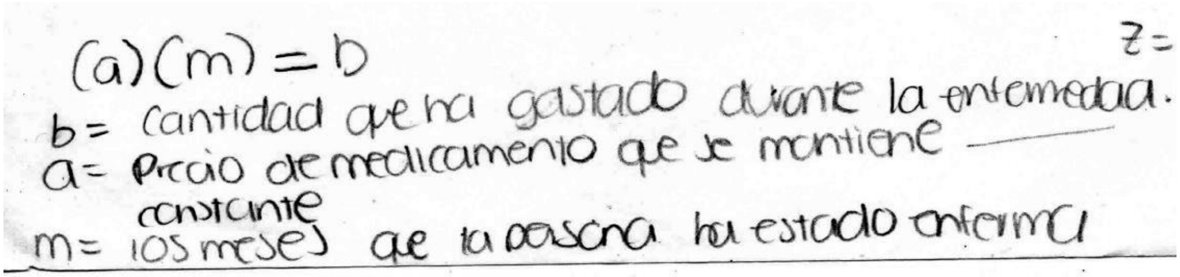


Figura 4.15. Representación algebraica de la función lineal realizada por los estudiantes del Equipo 2.

4.2.2.2.5 Representación algebraica función exponencial

El 43% de los equipos utilizó lenguaje algebraico para la solución de la estimación de gasto acumulado en tratamiento. El 57% restante no realizó una representación algebraica de la solución.

La Figura 4.16 muestra la "fórmula" que utilizó el equipo 3 para representar de manera algebraica la solución. Anteriormente (Figura 4.24) se observó cómo el equipo 3 había designado a_1 como el valor inicial, r como la razón que definía el aumento anual y n como el tiempo en años que el paciente sería tratado.

Figura 4.16. Representación algebraica de la función exponencial realizada por los estudiantes del Equipo 3.

En la Tabla resultados 4.2 se encuentra resumida la información del análisis previo.

Actividad	Ciclos	Representación	Procedimientos	Conceptos Matemáticos	Equipos
A3 y A4	Cualitativo	Verbal		Comparación	1,2,3,4,5,6,7 (equivale al 100%)

Cuantitativo	Aritmética sin organización	Uso de operador razón (AV)	Fracción Razón Proporción Variación	1,4 (equivale al 29%)
	Tabular aritmética	Regla de tres Identifica la constante de proporcionalidad y variables		2,3,5,6,7 (equivale al 71%)
	Tabular Geométrica	Identifica la constante, la razón y variables	Porcentaje Variables dependientes e independientes. Constante de proporcionalidad	2,3,5 43%
Algebraico	Algebraica *	Uso de simbolismo algebraico	Variables dependientes e independientes Función lineal	2,3,5 43%
			Variables dependientes e independientes Función exponencial	3,5,7 43%

Tabla 4.2. Resultados de la implementación: Actividad A3 y Actividad A4

4.2.2.3 Fase 3: discusión grupal del modelo generado en equipo

La Fase 3 comprendió la explicación de los procedimientos llevados a cabo por equipo, así como la elaboración de una representación gráfica que integrara las representaciones tabulares y algebraicas alcanzadas por los equipos.

Durante la discusión grupal, los integrantes del equipo 3 mencionaron que reconocieron dos tipos de patrones en el comportamiento uno de los patrones correspondía a una progresión aritmética y el otro patrón correspondía a una progresión geométrica. Esto les permitió identificar la función lineal y la función exponencial.

El docente propició el acercamiento a la representación gráfica, esto le permitió al grupo identificar y comparar gráficamente el crecimiento lineal y el crecimiento exponencial.

La Figura 4.17 muestra algunos de los procedimientos expuestos por los equipos, así como el esbozo de la gráfica de la función lineal y la función exponencial (trazo ubicado al centro de la imagen).

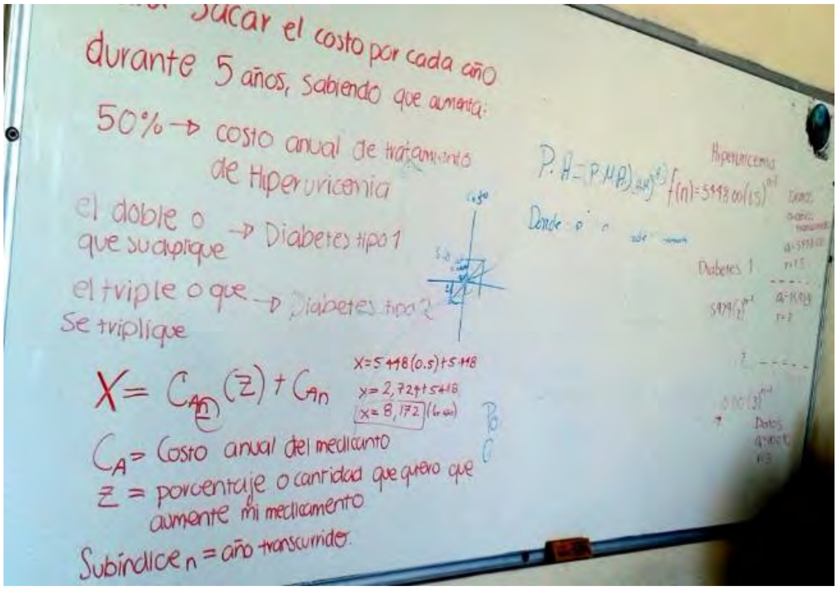


Figura 4.17. Procedimientos expuestos durante la discusión grupal

4.2.2.4 Fase 4: Modelo individual

Los estudiantes de los equipos 3 y 5 presentaron de manera individual modelos parecidos a los desarrollados por sus equipos (Figura 4.18). Sin embargo, un estudiante perteneciente al equipo 5 mostró un procedimiento más completo en su tarea individual al incluir formulas asociadas a la progresión geométrica (Figura 4.19).

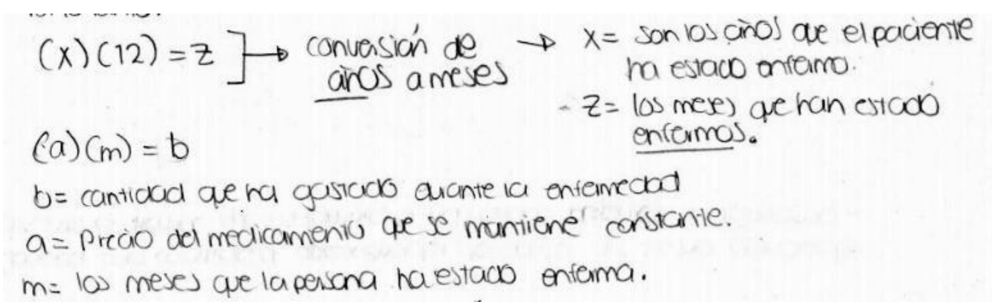


Figura 4.18. Tarea individual extra clase: Función lineal

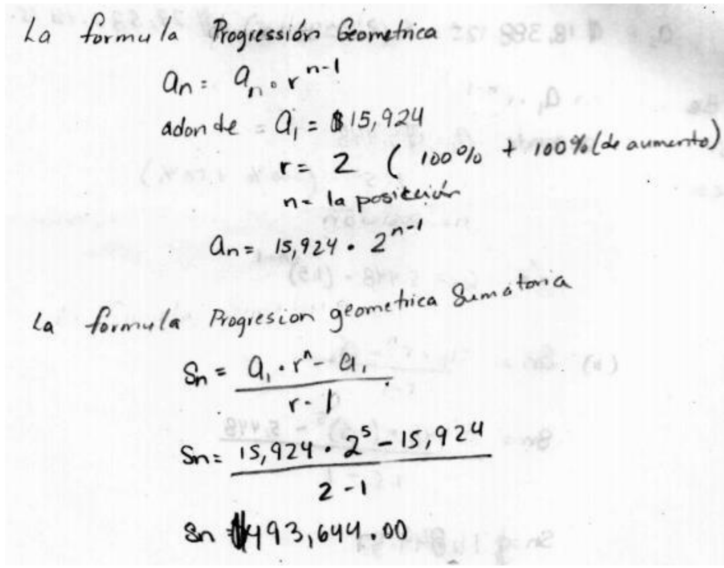


Figura 4.19. Tarea individual extra clase: fórmulas asociadas a la progresión geométrica.

En las tareas individuales extra clase, la mayoría de los estudiantes reconoció el patrón de la progresión lo que les permitió generalizar para elaborar una solución al problema. Sin embargo, sólo 6 de 21 estudiantes utilizaron una representación algebraica para su modelo.

Esta actividad permitió que los estudiantes diferenciaran e identificaran entre los dos tipos de crecimiento: el comportamiento de datos en una progresión aritmética (función lineal con dominio en los enteros, donde hay proporcionalidad Figuras 4.10 y 4.11) y lo diferenciaran del comportamiento en una progresión geométrica (o función exponencial con dominio en los enteros positivos Figuras 4.12 y 4.13).

El objetivo de la sesión se cumplió dado que se apoyó la creación de conflicto cognitivo al presentar situaciones que permitían comparar el comportamiento del crecimiento de dos funciones: una lineal y otra exponencial. En la implementación se observó un sensible avance en la comunicación de resultados. A diferencia de la primera sesión, donde los estudiantes no lograron expresar de manera algebraica la solución, en la segunda sesión los modelos construidos incluían representaciones algebraicas tanto del crecimiento lineal como del crecimiento exponencial. El reconocimiento de patrones en el comportamiento del crecimiento de cada escenario fue clave para la identificación del tipo de función. Además, durante la Fase 3 el grupo, con ayuda del docente, exploró la representación gráfica de ambos crecimientos con el objetivo de integrarla al modelo alcanzado en equipo y así fomentar la fluidez entre las representaciones matemáticas. En conclusión, las actividades A3 y A4 permitieron avanzar en el logro de los objetivos OP1, OP2, OP3, OP4, 0P5, OP6, OP7 y OP8.

4.2.3 Análisis de la actividad A5

La actividad 5 tenía por objetivo: propiciar el desarrollo de habilidades de análisis de datos y argumentación en los estudiantes para hacer referencia a particularidades e interpretar información. Mediante esta actividad se pretendía que los estudiantes extendieran la comprensión del concepto de proporcionalidad y profundizaran en su relación con el porcentaje (OP1, OP2, OP3, OP4, OP5, 0P7 y OP8).

4.2.3.1 Fase 1: Entrega de la actividad de calentamiento y trabajo en equipo

Se retomó la lectura 2 (A3) cómo *actividad de calentamiento*. La sesión inició con un repaso de la lectura. Se puso énfasis en parte del contenido. Por ejemplo: "…las familias con algún diabético desembolsan entre 40% y 60% de su ingreso para su cuidado" (Anexo 1).

Los estudiantes interpretaron la frase de la siguiente manera: "se gasta mucho en medicinas…", "… el dinero que ganan se va en tratamientos", "pues que les cuesta mucho el medicamento".

4.2.3.2 Fase 2: entrega de la actividad con el problema (A5) y trabajo en equipo

La fase inició al entregar la Actividad 5 a cada equipo para su resolución. La actividad 5 tenía por objetivo que los estudiantes exploren algunas de las representaciones del porcentaje como: parte-todo (fracción), parte-parte (razón) así como el porcentaje como índice estadístico (Figura 2.1). La actividad requiere que el estudiante utilice la noción de escala para hacer estimaciones; compare, haga observaciones y analice las posibles soluciones del problema utilizando la noción de porcentaje.

El problema de la actividad 5 incluye, dentro de la información proporcionada al alumno, un reparto inicial del salario del trabajador en distintos rubros (como, alimento, vestido, educación, etc.) sin embargo, las condiciones del trabajador cambian y esto lo afecta económicamente de manera sensible. La resolución de la actividad requirió de comparar dos números entre sí, tanto de manera absoluta como relativa.

En los procedimientos realizados en equipo para la resolución del problema se observa que los alumnos utilizaron la noción de razón escalar para calcular datos mensuales. Por ejemplo, el problema proporcionó el dato de que la hora extra trabajada era pagada a $15.00 pesos, con un límite de 4 horas diarias. Los alumnos calcularon el posible ingreso del trabajador al laborar horas extra durante 22 días. Primero estimaron a cuántas horas extra de trabajo equivalen 22 días de trabajo multiplicando 22 por 4 y obteniendo un resultado de 88 horas extras de trabajo. Después los estudiantes calcularon el posible ingreso a percibir durante las horas extras al escalar las cantidades multiplicando 88 por $15 pesos por hora obteniendo como resultado $1,320 pesos. Procedimientos similares al de la Figura 4.20 fueron llevados a cabo por todos los equipos.

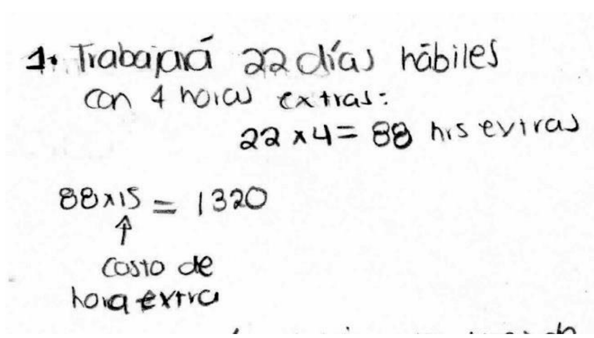


Figura 4.20. Procedimiento escalar realizado por el Equipo 2

Los estudiantes también calcularon proporciones. La Figura 4.21 muestra el procedimiento del equipo 4 para conocer a cuanto equivale el 33% de $4,200 pesos. En la imagen observamos cómo los estudiantes relacionaron los datos de la siguiente manera \$4,200 es a 100%, como x es a 33%. Al realizar la operación los estudiantes determinaron que el valor de x es \$1,386 pesos.

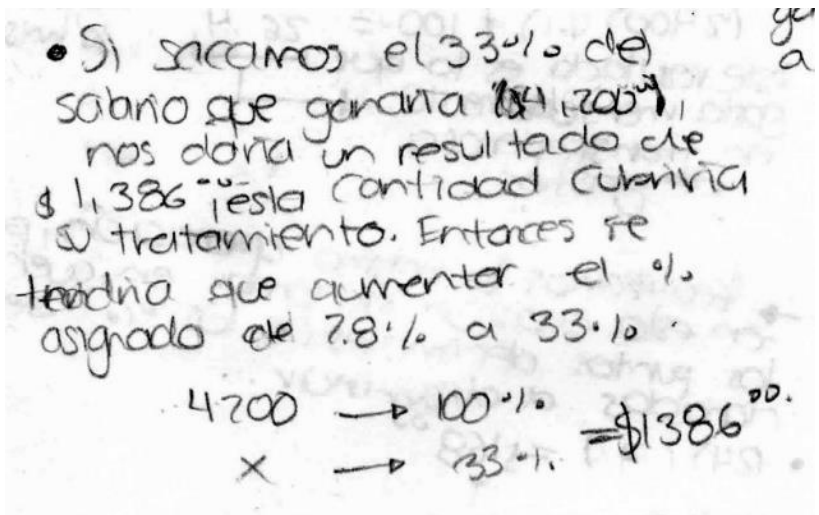


Figura 4.21. Uso del algoritmo de regla de tres realizado por el Equipo 4

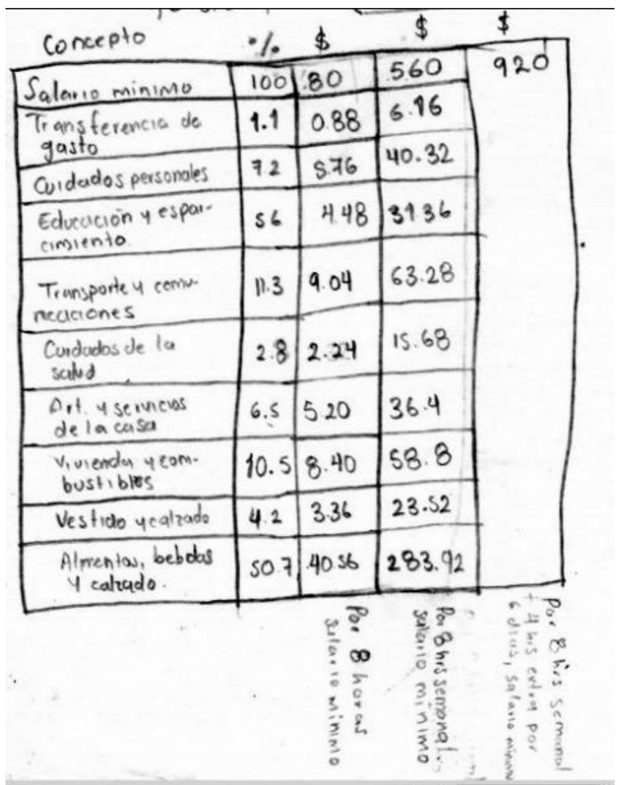
4.2.3.2.1 Representación aritmética sin organización tabular

El 14% de los equipos no organizaron sus datos de manera tabular.

Los estudiantes utilizaron en la resolución del problema conceptos relacionados con la proporcionalidad como: porcentaje, proporciones y algoritmo de la regla de tres. Llevaron a cabo el análisis del primer escenario: la reasignación del ingreso en cada rubro. Para ello, el equipo 4 decidió disminuir sólo aquellos rubros con la mayor asignación de recursos como alimentos, bebidas y tabaco (del 50.7% al .7) para aumentar el porcentaje asignado a cuidados de la salud. Los estudiantes utilizaron dichos resultados para argumentar la necesidad de explorar otras soluciones de reparto, pero dichos datos no se mostraron organizados de manera tabula. De la misma manera, para cada escenario propuesto los estudiantes calcularon la proporción del ingreso asignada al cuidado de la salud (Figura 4.21) en base a las condiciones de cada propuesta. El análisis realizado se limitó sólo a hacer comparaciones con el ingreso percibido.

4.2.3.2.1 Representación tabular

El 96% de los equipos organizó de manera tabular los datos identificando el porcentaje asignado por rubro y su correspondiente valor numérico en dinero (pesos). Por ejemplo, el equipo 6 realizó una tabla (Figura 4.22) donde organizó por rubro el reparto del ingreso colocando en la primera columna (de izquierda a derecha) el rubro, seguido de la proporción del ingreso adjudicada a dicho rubro expresada en porcentaje. En la tercera y cuarta columnas los alumnos escribieron la cantidad que representaba el porcentaje asignado en pesos por día y por semana (respectivamente) tomando en cuenta un ingreso de 80 pesos diarios y 560 por semana.



Concepto	%	$	$	$
Salario mínimo	100	80	560	920
Transferencia de gasto	1.1	0.88	6.16	
Cuidados personales	7.2	5.76	40.32	
Educación y esparcimiento	5.6	4.48	31.36	
Transporte y comunicaciones	11.3	9.04	63.28	
Cuidados de la salud	2.8	2.24	15.68	
Art. y servicios de la casa	6.5	5.20	36.4	
Vivienda y combustibles	10.5	8.40	58.8	
Vestido y calzado	4.2	3.36	23.52	
Almentos, bebdas y calzado	50.7	40.56	283.92	
		Por 8 horas salario mínimo	Por 8 hrs semanal salario mínimo	Por 8 hrs semanal + 4 hrs extra por 6 días, salario mínimo

Figura 4.22. Organización tabular realizada por el Equipo 6.

Aunque los estudiantes utilizaron conceptos vistos en actividades anteriores y mostraron una ampliación y refinamiento del conocimiento previo relacionado con la noción de porcentaje, no lograron mostrar fluidez en las representaciones al no construir una representación gráfica con los resultados.

Ciclos	Representación	Procedimientos	Conceptos Matemáticos	equipo
Cualitativo	Verbal		Comparación	1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 (equivale al 100%)
Cuantitativo	Aritmética sin organización tabular	Resultados derivados de operaciones aritméticas desorganizadas	Fracción Razón Proporción Variación Porcentaje	4 (equivale al 14%)
	Tabular	Resultados derivados de operaciones aritméticas organizados de manera tabular		1, 2, 3, 5, 6,7 (equivale al 86%)

Tabla 4.3. Resultados de la implementación: Actividad A5

4.2.3.3 Fase 3: discusión grupal y cierre de la Actividad 5

Durante la discusión grupal los estudiantes expusieron, en equipo, las distintas posibilidades de repartir el ingreso del trabajador entre los distintos rubros considerando, como prioritario, cubrir los gastos relacionados con el tratamiento de su enfermedad. Cada equipo expuso sus procedimientos y justificaron el análisis que llevaron a cabo basado en los datos del problema. Los argumentos expuestos tenían fundamentos cuantitativos que les permitían sustentar las razones del por qué consideraban una opción mejor que otra. El debate giró en torno a los siguientes puntos: la cantidad de dinero requerida (ingreso mínimo) para solventar los gastos del tratamiento y el tipo de jornada (tiempo completo, horas extras o doble jornada) más conveniente basándose en la comparación de ingreso percibido y horas trabajadas.

Uno de los ocho equipos (equipo 5) propuso un escenario alterno: comenzar un negocio informal de jugos. El equipo le propuso al conserje aumentar una hora de tiempo extra en su jornada laboral actual, esto le permitiría tener capital suficiente para iniciar un negocio de jugos, los cuales vendería en su hora de descanso en el hospital. El equipo estimó que, si el trabajador lograba tener una ganancia de $55.00 pesos diarios (trabajando 28 días) podría pagar, sin problema, el costo de su tratamiento (1,370 pesos), pues ellas estimaban una ganancia de $1,540 pesos.

Con ayuda del docente, los estudiantes analizaron las propuestas diferenciando conceptos como: reparto proporcional, variación, porcentaje, regla de tres, constante y función lineal.

4.2.3.4 Fase 4: Trabajo individual

En la tarea extra clase realizada de manera individual, los estudiantes agregaron argumentos basados en datos cuantitativos y se observó una mejora en las habilidades de análisis de datos, así como de comunicación de los alumnos respecto a los resultados numéricos obtenidos, los cuales utilizaron como soporte para la toma de decisiones.

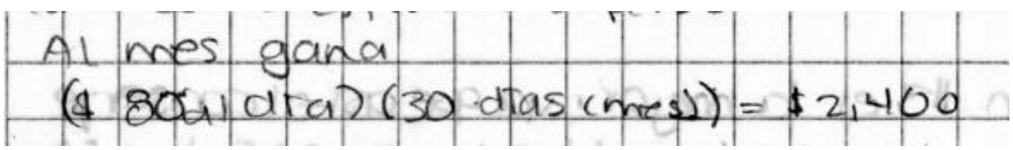


Figura 4.23. Tarea individual extra clase: representación de la función lineal.

Se cumplió con el objetivo de la actividad A5, pues los estudiantes mejoraron sus habilidades de análisis de datos y argumentación, hicieron referencia a particularidades e interpretaron la información para tomar una decisión respecto a la solución del problema. Durante la actividad los estudiantes exhibieron conceptos vistos en actividades anteriores como función lineal (Figura 4.23) y profundizaron respecto a la relación que guarda la proporcionalidad y el porcentaje. En conclusión, la actividad A5 permitió avanzar en el logro de los objetivos OP1, OP2, OP3, OP4, OP5, 0P7 y OP8.

4.2.4 Análisis de la actividad A6 y A7

Esta sesión tenía por objetivos: propiciar la transversalidad del conocimiento y habilidades en los estudiantes, desarrollar su capacidad de análisis de datos y argumentación, así como propiciar la fluidez entre representaciones (OP1, OP2, OP3, OP4, OP5, OP7 y OP8).

Los integrantes de los equipos 6 y 7 no asistieron a clase el día en que se implementó la actividad A6 y A7, por lo que no se cuenta con información respecto a su desempeño en este par de actividades.

4.2.4.1 Fase 1: Entrega de la actividad de calentamiento (A6) y trabajo en equipo

La Fase 1 dio inicio con la entrega de la *actividad de calentamiento* A6 titulada “el papel de la estadística en la mejora de la salud”. La lectura se llevó a cabo en equipo. Al finalizar los estudiantes contestaron preguntas relacionadas con la actividad A6, lo cual permitió llevar a cabo un debate respecto a la relevancia de la información estadística, la mejor forma de presentar dicha información y su utilidad en la toma de decisiones.

4.2.4.2 Fase 2: Entrega de la actividad con el problema (A7) y trabajo en equipo

La actividad A7 pretendía motivar el surgimiento de la representación gráfica de los datos, así como el desarrollo de habilidades de análisis de datos y argumentación (OP5 y OP7).

En las actividades anteriores, los estudiantes prefirieron utilizar lápiz y papel en la resolución de las actividades en equipo, aun y cuando, el uso de tecnología como computadoras, tableta, celular, etc. estaban permitidas dentro y fuera del aula. Sin embargo, en la resolución de la actividad 7, todos los equipos decidieron utilizar alguna herramienta tecnológica y presentar sus soluciones finales en formato digital utilizando el programa de Excel.

4.2.4.2.1 *Representación aritmética de la solución*

El 100% de los equipos decidió vaciar los datos del problema en el programa Excel. El 80% de los alumnos, después de elaborar tablas con los datos, decidió explorar diversas representaciones gráficas para presentar la información de manera resumida y poder hacer una comparación entre ambas poblaciones. El 20% de los equipos que presentaron una solución a esta actividad se limitó a llevar a cabo operaciones aritméticas para hacer una comparación entre las poblaciones refiriendo datos particulares presentes en ambas.

En la solución presentada por el equipo 4 (Figura 4.24) se observan las tablas con los datos referidos y el texto a manera de carta donde argumentan, mediante operaciones aritméticas, la comparación que realizaron entre ambas poblaciones. En el texto encontramos referencia al algoritmo de la "la regla de tres" y a la noción de porcentaje como una representación parte-todo.

POBLACIÓN UNIVERSITARIA ENCUESTADA POR CARLOS

Edad del encuestado

Edad (años	Frec. Abs	Frec. Rel
18	30	0.45
19	19	0.29
20	11	0.17
21	1	0.02
22	2	0.03
23	1	0.02
27	2	0.03
Total general	66	1

Género del encuestado

Genero	Frec. Abs.	Frec. Rel.
Femenino	36	0.55
Msculino	30	0.45
Total general	66	1

IMC del encuestado

Rango IMC	Frec. Abs.	Frec. Rel.
De 18 a 24.9 (NORMAL)	45	0.68
De 25 a 26.9 (SOBREPESC	7	0.11
De 27 a 29.9 (PREOBESO)	11	0.17
De 30 a 39.9 (OBESIDAD)	3	0.05
Total general	66	1

Consumo diario de agua del encuestado

Consumo de agua	Frec. Abs.	Frec. Rel.
De 1 1/2 a 2 litros	18	0.27
De 1 a 1 1/12	33	0.5
Más de 2 litros	3	0.05
Menos de 1 litro	12	0.18
Total general	66	1

Consumo diario de refresco del encuestado

Consumo de refresco	Frec. Abs.	Frec. Rel.
De 1/2 a 1 litro	16	0.24
Menos de 1/2 litro	13	0.2
Nulo	37	0.56
Total general	66	1

Hola Carlos y Sandra, referente a sus encuestas realizadas creo que el analisis que deberian hacer para poder comparar ambas poblaciones y poder determiar que muestra seria apta para recibir los programas es la siguiente:
Comparar los IMC de la población y los universitarios sacando porcentajes para ver cuantas personas con problemas de alimentación estan siendo afectadas. SE realiza una regla de 3 para poder sacar el porcentaje de la siguiente manera: Tomando como ejemplo la población universitaria de Carlos sería 100%/66 personas encuestadas = 1.15... X 21 personas arriba del IMC normal = 31.81% de la población tienen elevado peso corporal.
En cambio la población encuestada por Sandra, el rango de personas con un IMC mayor al normal es de 67.92% (apliqué la misma regla de 3 que en el anterior dato).
En el consumo de agua en la segunda población el 94.33% consume refresco y solo 6 personas no. En cambio en el agua el 89.62% consume agua, pero 11 personas no beben agua, que es mayor el numero de personas que no consumen agua. El porcentaje de consumo de rerescos es mayor (apliqué la misma regla de 3).

Figura 4.24. Representación aritmética de la solución realizada por el Equipo 4.

4.2.4.2.2. *Representación gráfica de la solución: Histograma*

El 60% de los equipos utilizaron histogramas para representar gráficamente los datos y realizar una comparación entre las poblaciones En la Figura 4.25 se observan los gráficos utilizados por el equipo 2 para representar los datos (las barras azules corresponden a la población de estudiantes y las barras naranjas a la población general).

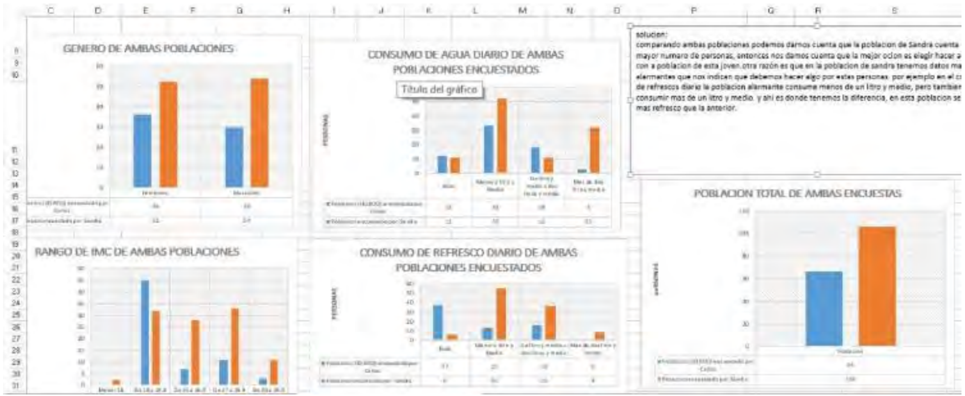


Figura 4.25. Resolución presentada por el Equipo 2.

4.1.4.2.3. Representación gráfica de la solución: Circular

Al momento de explorar las posibles representaciones de los datos, el 80% de los equipos encontraron que las gráficas circulares mostraban la información de manera concisa y ordenada. Sin embargo, sólo el 20% de los estudiantes decidieron comparar ambas poblaciones utilizando los gráficos circulares, e incluso, hacer referencia a ellos para argumentar sus respuestas.

En la Figura 4.26 observamos las cuatro gráficas realizadas por los estudiantes del equipo 1 las cuales compararon y utilizaron para sustentar y argumentar su decisión.

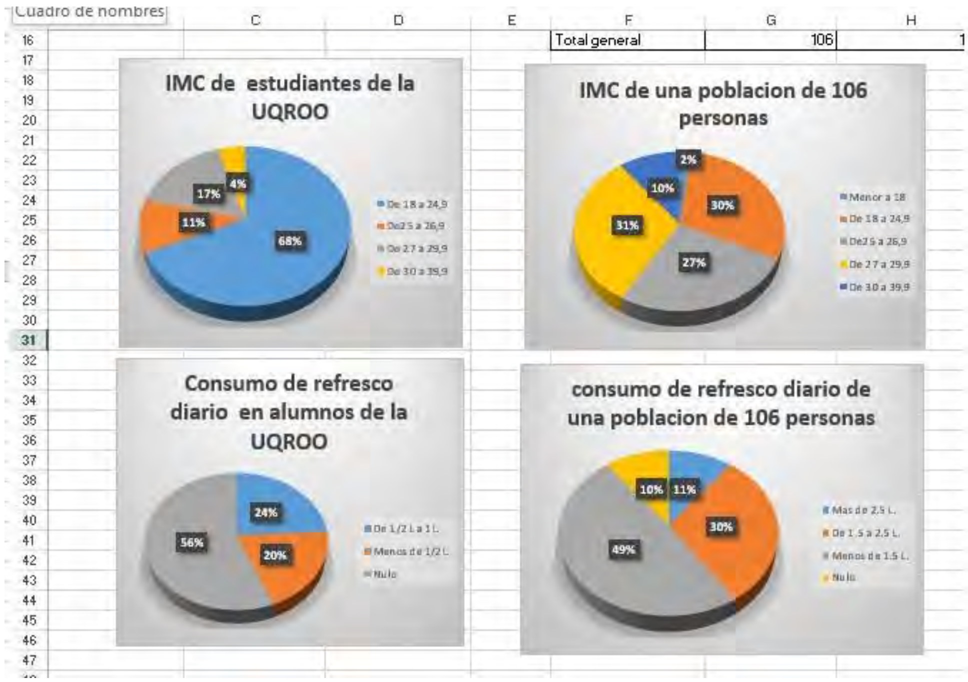


Figura 4.26. Gráficos realizados por el Equipo 1.

La tabla muestra un resumen de lo anterior, previo a la discusión grupal.

<table>
<tr><th>Ciclos</th><th>Representación</th><th>Procedimientos</th><th>Conceptos Matemáticos</th><th>equipo</th></tr>
<tr><td>Cualitativo</td><td>Verbal</td><td></td><td>Comparación</td><td>1, 2, 3, 4, 5 (equivale al 100%)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Cuantitativo</td><td>Aritmética</td><td>Resultados derivados de operaciones aritméticas desorganizadas</td><td rowspan="3">Fracción
Razón
Proporción
Porcentaje</td><td>4 (equivale al 20%)</td></tr>
<tr><td>Gráfica histograma[7]</td><td>Resultados organizados en gráfica de histograma</td><td>2, 3, 5 (equivale al 60%)</td></tr>
<tr><td>Gráfica circular[7]</td><td>Resultados organizados en gráfica circular</td><td>1, 2, 3, 5 (equivale al 80%)</td></tr>
</table>

Tabla 4.4. Resultados de la implementación: Actividades A6 y A7 (previos a la discusión grupal)

[7] Esta representación fue explorada en la resolución de la actividad en clase y mejorada en trabajo colaborativo extra clase (fuera del aula) previo a la discusión grupal.

4.2.4.3 Fase 3: discusión grupal y cierre de la Actividad 7

En la discusión grupal los equipos explicaron cómo habían decidido comparar la información dada en el problema. Aquellos equipos que realizaron representaciones gráficas argumentaron sus razones para la elección de un gráfico con respecto de otro. Esto abrió el debate respecto a cuáles gráficas (histogramas o gráficos circulares) permitían hacer una mejor comparación de la información. Con apoyo del docente se analizó la información graficada y, finalmente, los estudiantes acordaron que los gráficos circulares permitían observar y comparar los datos.

4.2.4.4 Fase 4: Trabajo individual

El 80% de los estudiantes, que participó en la realización de la actividad 7 en equipo, organizaron los datos en gráficas circulares y utilizaron esta información para describir la población encuestada y compararla tal y como se observa en la Figura 4.27.

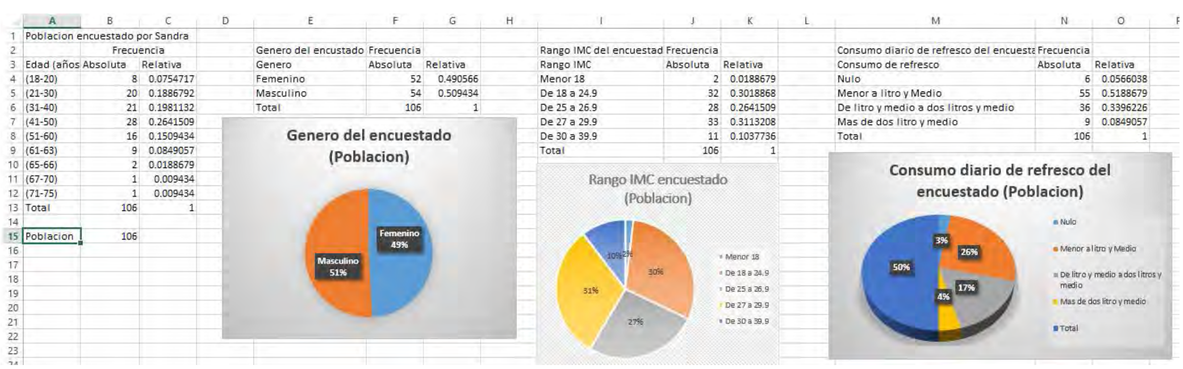


Figura 4.27. Procedimiento tipo realizado de manera individual.

En la implementación emergieron representaciones gráficas, las cuales estuvieron ausentes en la actividad A5. Se evidenció el desarrollo de la habilidad de análisis de datos y argumentación en los estudiantes pues hicieron referencia a particularidades, interpretaron información y la comunicaron de manera clara utilizándola para tomar decisiones (OP5).

Esta actividad también propició la transversalidad del conocimiento, pues, como se mencionó en la sección 2.1.1.1 (Figura 2.1), Valverde (2013) indica que el porcentaje tiene el potencial de ser interpretado como una relación parte-todo (A2), parte-parte (A5), operador-función (A4) o índice estadístico (A7).

En conclusión, la actividad A5 permitió avanzar en el logro de los objetivos OP1, OP2, OP3, OP4, OP5, 0P7 y OP8.

4.2.5. Análisis de las actividades de evaluación A8, A9 y A10

Las actividades A8, A9 y A10 (Anexo 2) fueron actividades de evaluación. Sólo 3 de los 21 alumnos (14%) no asistieron a clase por lo que no presentaron dicha evaluación.

El tiempo asignado para la implementación de las actividades de evaluación fue de una hora y media, por lo que se contempló media hora para resolver cada actividad. Sin embargo, este tiempo fue insuficiente para que los alumnos terminaran las actividades. La mayoría (72%) sólo completó una actividad dejando incompleta o sin contestar las demás. En la tabla 4.5 la etiqueta "Status[8]" se utilizó para designar si la actividad había sido terminada (C) o no (I).

Equipo	Estudiante	A8		A9		A10	
		Representación	Status	Representación	Status	Representación	Status
1	U	Algebraica	C	Aritmética sin tabla	I	NR	
	B	Algebraica	C	Aritmética sin tabla	I	NR	
	X	Sin información					
2	S	Algebraica	C	Aritmético tabular	I	NR	
	D	Aritmético sin tabla	C	Aritmético sin tabla	I	NR	
	Y	Sin información					
3	E	Aritmético tabular	C	Aritmético tabular	I	Gráfica histograma	I
	F	Aritmético tabular	C	Aritmético sin tabla	C	NR	
	G	Algebraico	C	Aritmético sin tabla	C	NR	

[8] C (completa), I (incompleta), NR (No respondió)

4	H	NR		Aritmético sin tabla	I	NR	
	T	Aritmético tabular	I	Aritmético tabular	C	Verbal	C
	J	Algebraico	C	Aritmético sin tabla	C	NR	
5	K	Algebraico	C	Aritmético tabular	I	NR	
	L	Aritmético sin tabla	C	Aritmético sin tabla	I	NR	
	M	Aritmético tabular	C	Verbal	I	Gráfica Histograma	I
6	N	Aritmético tabular	I	Aritmético sin tabla	I	NR	
	O	Aritmético tabular	C	Aritmético tabular	I	NR	
	Z	Sin información					
7	P	Aritmético sin tabla	I	Aritmético sin tabla	I	NR	
	Q	Aritmético sin tabla	I	Aritmético sin tabla	I	Verbal	I
	R	Aritmético tabular	I	Verbal	I	NR	

Tabla 4.5. Resultados de las actividades de evaluación A8, A9 y A10

La información contenida en la columna 3, 5 y 7 de la Tabla 4.5 está basada en las categorías de análisis utilizadas para describir el desempeño de los equipos de estudiantes.

Representación		**Actividad**					
		A8		**A9**		**A10**	
		C	**I**	**C**	**I**	**C**	**I**
Verbal					2		1
Aritmética	Sin tabla	2	2	3	8		
	Tabular	4	3	1	4		
Gráfica							2
Algebraica		6					
Total de respuestas		12	5	4	14	0	3
Sin respuesta		1		0		15	

Tabla 4.6. Resumen de los resultados de las actividades de evaluación A8, A9 y A10

Como puede observarse en la Tabla 4.6, los resultados de los 18 estudiantes que contestaron las actividades de evaluación fueron los siguientes:

> En la Actividad 8 (A8): 6 estudiantes realizaron representaciones algebraicas, 7 organizaron tablas y 4 hicieron cálculos aritméticos sin tabla. En total, de los estudiantes que respondieron la actividad, 12 la completaron, 5 la dejaron inconclusa y 1 no respondió.

En la Actividad 9 (A9): 5 realizaron representaciones tabulares, 11 no utilizaron una organización tabular y 2 utilizaron una representación verbal de la solución. En total de los estudiantes que respondieron la actividad 4 a completaron y 14 la dejaron incompleta.

En la Actividad 10 (A10): 2 realizaron representaciones gráficas de la solución; 1 realizó una representación verbal. En total de los estudiantes que respondieron la actividad, 3 no la completaron y 15 no respondieron.

Dado que en su mayoría, la actividad A10 estuvo inconclusa, el análisis de los datos correspondientes a las actividades A8 y A9 se retoman en la tabla 4.7.

4.3 Resultados y análisis de la evaluación

De acuerdo con los resultados de las actividades de evaluación (Tablas 4.5 y 4.6) y los resultados de la implementación de las actividades A1 y A2 (Tabla 4.1), se elaboró la tabla 4.7, en la cual, se compara el ciclo de entendimiento percibido en la resolución de la actividad de diagnóstico con el ciclo de entendimiento mostrado en la resolución de las actividades de evaluación.

Equipo	**Estudiante**	**Ciclo**	
		Actividad diagnóstico (A2)	**Actividades de Evaluación (A8 y A9)**
1	U	Cuantitativo	Cuantitativo transición algebraico
	B		Cuantitativo transición algebraico
	X		Sin información
2	S		Cuantitativo transición algebraico
	D		Cuantitativo
	Y		Sin información
3	E		Cuantitativo
	F		Cuantitativo
	G		Cuantitativo transición algebraico
4	H		Cuantitativo
	T		Cuantitativo
	J		Cuantitativo transición algebraico
5	K		Cuantitativo transición algebraico
	L		Cuantitativo
	M		Cualitativo transición cuantitativo
6	N		Cuantitativo
	O		Cuantitativo
	Z		Sin información

7	P		Cuantitativo
	Q		Cuantitativo
	R		Cuantitativo

Tabla 4.7. Comparación entre ciclos de entendimiento en Actividad diagnóstica (A2) y actividades de evaluación (A8 y A9).

La Tabla 4.7 muestra que, aproximadamente, el 61% de los estudiantes permanecieron en el ciclo cuantitativo, mientras que el 39% evidenciaron una transición al pensamiento algebraico. No se obtuvo información del desempeño final de los tres estudiantes que no asistieron a la última sesión.

Aun y cuando algunos de los estudiantes se mantuvieron en el ciclo de entendimiento cuantitativo, la modificación, ampliación y refinamiento de sus modelos fue evidente. A continuación se incluyen algunos procedimientos y modelos que emergieron para ejemplificar las diferencias.

Ejemplo 1: En la Figura 4.2 se observó una pobre comprensión del signo de igualdad por parte de los integrantes del equipo 4. Sin embargo, en la Figura 4.28 se observan las operaciones realizadas por el estudiante T perteneciente al equipo 4 donde pareciera que el signo de igualdad es comprendido.

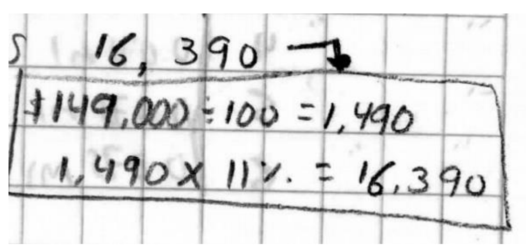
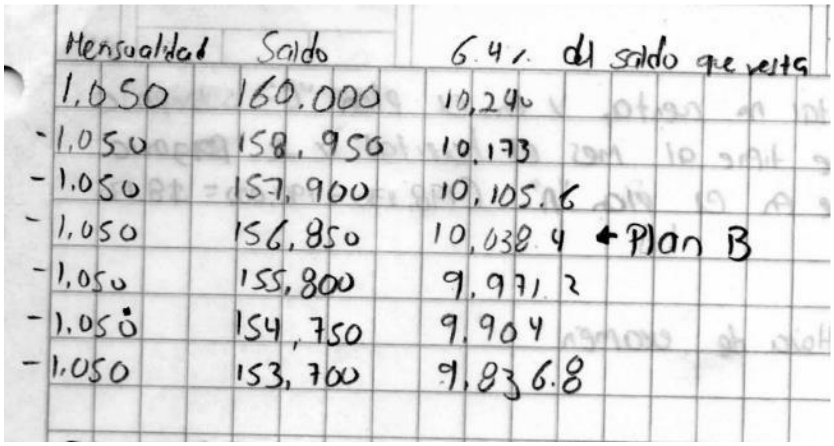


Figura 4.28. Operaciones realizadas por Estudiante T perteneciente al Equipo 4.

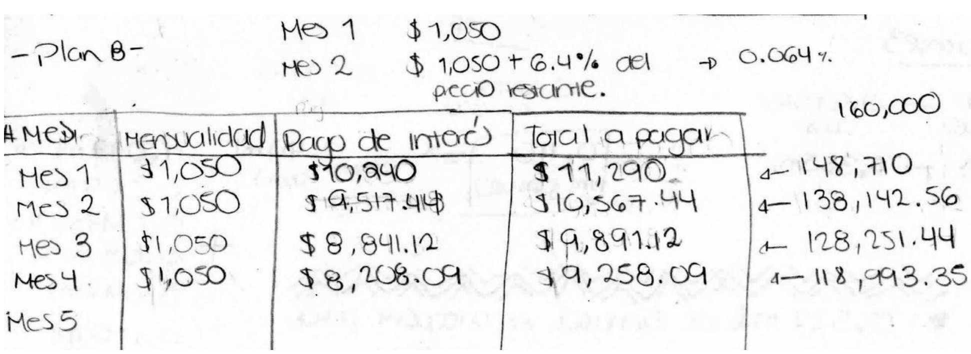
En los apartados 4.1.1.2.2 y 4.1.2.2.1 se menciona que el equipo utilizó una representación aritmética sin organización tabular para la resolución de los problemas planteados. Sin embargo, en la resolución de las actividades de evaluación (Figura 4.29) se observó que el estudiante T recurrió a la organización tabular de los datos para resolver la Actividad 9. La tabla muestra cómo el estudiante utilizó la primera columna para representar un valor constante (mensualidad) y la segunda y tercer columna para representar variables, las cuales se relacionaban con la mensualidad. En la representación se observó la falta de la variable independiente que indique la relación de datos por fila.



Mensualidad	Saldo	6.4% del saldo que resta
1,050	160,000	10,240
1,050	158,950	10,173
1,050	157,900	10,105.6
1,050	156,850	10,038.4 ← Plan B
1,050	155,800	9,971.2
1,050	154,750	9,904
1,050	153,700	9,836.8

Figura 4.29. Organización tabular de los datos por parte del Estudiante T.

Ejemplo 2: En la Figura 4.1 se observó que la tabla realizada por los integrantes del equipo 2 era meramente informativa, por ello, al compararse con la representación tabular de los datos realizada por la estudiante S perteneciente al equipo 2 (Figura 4.30) se evidencian diferencias como las siguientes: 1) el cambio en la organización de los datos, donde cada columna representa una variable o un dato del problema y estos se relacionan entre si por fila, 2) la ausencia de operaciones en la representación tabular y 3) el orden de los valores de cada columna sigue una progresión creciente o decreciente. El acomodo progresivo de las cantidades permite observar una variación por columna, lo cual no se observó en sus primeros procedimientos.



-Plan B-
Mes 1 $1,050
Mes 2 $ 1,050 + 6.4% del precio restante. → 0.064%
160,000

Meses	Mensualidad	Pago de interés	Total a pagar	
Mes 1	$1,050	$10,240	$11,290	← 148,710
Mes 2	$1,050	$9,517.44	$10,567.44	← 138,142.56
Mes 3	$1,050	$8,841.12	$9,891.12	← 128,251.44
Mes 4	$1,050	$8,208.09	$9,258.09	← 118,993.35
Mes 5				

Figura 4.30. Representación tabular de los datos realizada por la Estudiante S perteneciente al Equipo 2.

La estudiante S también utilizó una representación tabular (apoyada de descripciones verbales) como parte de la solución de la Actividad 9 (Figura 4.31), en ella, identificó una “cantidad fija que se paga por mes” (constante de proporcionalidad), que al ser multiplicada por el “número de meses” (variable independiente) le permitía conocer el monto pagado acumulado. Esto denota una mejora en el desarrollo de habilidades de análisis de datos y argumentación, así como un acercamiento a la generalización y, por lo tanto, al ciclo de entendimiento algebraico.

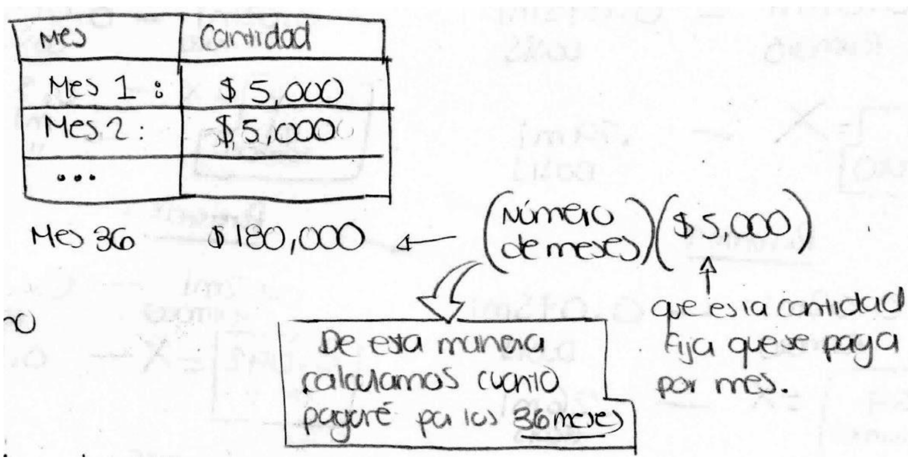


Figura 4.31. Parte de la resolución de la actividad de evaluación A9 realizada por la Estudiante S perteneciente al Equipo 2.

Ejemplo 3: La Figura 4.3 mostró un arreglo tabular (meramente informativo) realizado por el equipo 5, en el cual, conceptos como variación no son evidentes. Sin embargo, al comparar dicha representación con el procedimiento (Figura 4.32) realizado por la estudiante M (integrante del equipo 5) se observó que, no sólo está presente la variación, también las unidades dimensionales (kilogramos, gramos y mililitros) y las razones como operadores (“número de dosis”), las cuales carecen de unidad dimensional.

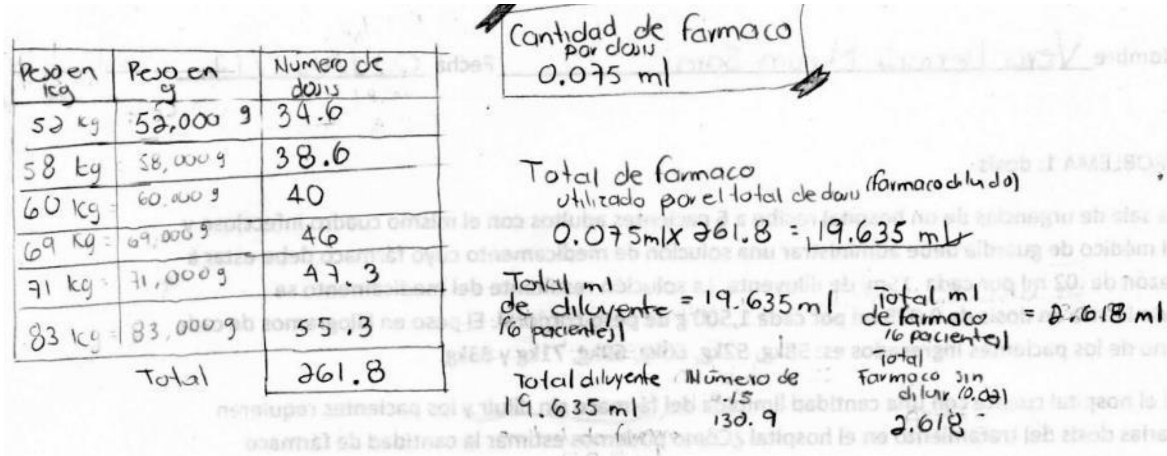


Figura 4.32. Representación tabular realizada por el Estudiante M perteneciente al Equipo 5.

Ejemplo 4: En la Figura 4.4 se observó que los integrantes del equipo 1, en lugar de describir los elementos de la función, se limitaron a relacionar letras y palabras a manera de abreviaciones. Sin embargo, en el modelo del estudiante B perteneciente al equipo 1 (Figura 4.33) se observó la identificación y descripción de la constante de proporcionalidad (2.62ml) en la función lineal, así como la variable independiente (x). El estudiante mostró una transición del ciclo de entendimiento cuantitativo al algebraico al generalizar y describir los elementos de la función lineal.

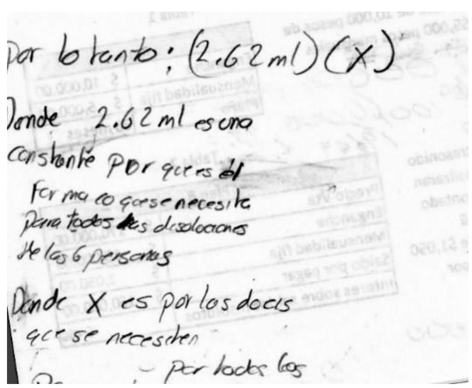


Figura 4.33 Procedimiento realizado por el Estudiante B perteneciente al Equipo 1.

Ejemplo 5: A diferencia de la representación algebraica alcanzada por el equipo 3 en la Actividad de diagnóstica (Figura 4.7), la expresión algebraica de la solución (Figura 4.34) por parte del estudiante G perteneciente al equipo 3, mostró una identificación de todos los elementos de la función lineal al describir la variable dependiente (y), la variable independiente (x) y la constante de proporcionalidad. Aunado a ello, el estudiante realizó una representación *tabular-aritmética* mostrando fluidez entre ambas representaciones.

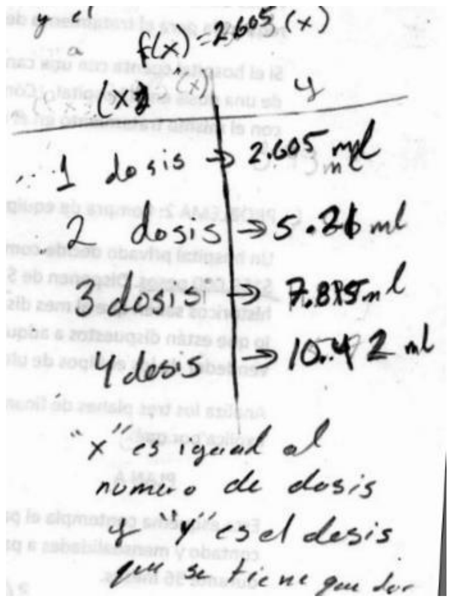


Figura 4.34 Representación algebraica del Estudiante G perteneciente al Equipo 3.

Los ejemplos anteriores muestran algunos de los procedimientos utilizados en la construcción de los modelos de resolución de las actividades de evaluación comparados con respecto a los iniciales. Se observaron diferencias importantes como: la evolución de tablas informativas a representaciones *tabulares-aritméticas*, esto permitió un acercamiento a conceptos como variación, razón, proporción, y unidad dimensional. También la identificación de los elementos de la función (constante de proporcionalidad y variables) permitió una transición del ciclo cuantitativo al ciclo algebraico. Se evidenció reflexión y análisis de las situaciones propiciando la fluidez entre la representación *tabular-aritmética* y la algebraica. Estas diferencias muestran una modificación, ampliación y refinamiento en las concepciones de los estudiantes. Al final les fue más sencillo identificar en cuáles situaciones utilizar razonamiento proporcional y en cuáles no.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente capítulo se abordan conclusiones derivadas del análisis de la implementación y evaluación de la secuencia didáctica. Además, se incluyen recomendaciones de implementación encaminadas a la mejora de los resultados.

5.1 Conclusiones

La propuesta didáctica tenía como objetivo general proveer situaciones cercanas a la vida real donde el estudiante hiciera uso de su conocimiento previo sobre proporcionalidad y otros conceptos relacionados (Sección 1.3). Dichas situaciones debían propiciar la profundización y refinamiento de este conocimiento y desarrollar habilidades para la construcción, argumentación y comunicación de modelos. Considerando lo anterior, se diseñó e implementó una secuencia didáctica bajo la perspectiva de Modelos y Modelación (Sección 2.4), la cual, se evaluó dándole importancia a los ciclos de entendimiento (Sección 3.4) por los cuales atravesó el estudiante y las representaciones matemáticas que emergieron (Sección 3.3).

5.1.1 La secuencia didáctica

Las actividades que integraron la secuencia didáctica fueron diseñadas para ser implementadas en la asignatura de Matemáticas Generales AG109 con estudiantes de los primeros semestres de la licenciatura en medicina (Sección 3.1). La perspectiva de Modelos y Modelación (Lesh y Doerr, 2003) permitió tener lineamientos para el díseño de las Actividades Provocadoras de Modelos (Sección 2.4.1) que integraron la secuencia didáctica. Estas actividades y la forma en que fueron secuenciadas lograron que se profundizara en el concepto de proporcionalidad a través de los temas que integran la asignatura (Progresiones, Algebra y Funciones), y que se relacionaran con otros conceptos matemáticos (Figura 2.4) como fracción, variación, proporción, razón, constante de proporcionalidad, porcentaje (Vergnaud, 1990).

Las actividades (Sección 3.2.2) fueron implementadas en un ambiente colaborativo permitiendo el desarrollo del conocimiento a través de ciclos progresivos de construcción de entendimiento, los cuales, modificaban, extendían y refinaban las maneras de pensar al resolver las actividades de manera individual, en equipo y grupal (Sección 3.2.3).

5.1.2 Aprendizaje de los estudiantes

Al comparar el desempeño de los estudiantes para realizar las actividades de la secuencia (Tabla 4.1, Tabla 4.2, Tabla 4.3, Tabla 4.4 y Tabla 4.5) con los resultados obtenidos en las actividades de evaluación (Sección 4.2) se observó lo siguiente:

- un avance en la reflexión y análisis en situaciones que requieren razonamiento proporcional las cuales implicaron calcular valores unitarios o razones como operadores (OP1).
- la modificación, ampliación y refinamiento de las conceptualizaciones de los estudiantes con respecto a la proporcionalidad al analizar la o las estrategias elegidas para abordar los problemas: estrategia unitaria, reparto proporcional, entre otros (OP2).
- el desarrollo de conocimiento en los estudiantes, así como la creación y modificación del sistema conceptual alrededor del concepto de proporción al ser articulado con otros conceptos relacionados como: fracción, razón, proporcionalidad, variación, función lineal, porcentaje, número racional, regla de tres y operador escalar (OP3).
- la transversalidad del conocimiento y habilidades de los estudiantes articulando conceptos matemáticos relacionados con el concepto de proporcionalidad al proponerles problemas contextualizados que requerían procedimientos variados como: valor faltante, comparación de razones, porcentajes, composición de relaciones de proporcionalidad, reparto proporcional y función lineal (OP4)

- Se propició el desarrollo de habilidades de análisis de datos y argumentación en los estudiantes como: hacer referencia a particularidades, interpretar la información y comunicarla con claridad (OP5)
- la creación de conflicto cognitivo en el estudiante al presentarle situaciones donde debía identificar la constante de proporcionalidad en la función lineal y diferenciar este comportamiento al compararlo con la función exponencial. Esto propició la profundización en el concepto (OP6).
- El desarrollo de habilidades en los estudiantes para la construcción y comunicación de modelos matemáticos aplicables a la resolución de problemas de proporcionalidad al emitir criterios para la interpretación de datos y representaciones matemáticas de la solución (OP7).
- Los estudiantes usaron la proporcionalidad como modelo matemático para resolver situaciones contextualizadas en la vida real distinguiendo entre aquellas donde el modelo matemático era (o no) apropiado para encontrar la solución del problema (OP8).

Dado que los objetivos particulares fueron cumplidos, se puede decir que el objetivo general de la secuencia (OGS) fue alcanzado, pues la implementación de la propuesta didáctica proveyó al estudiante de oportunidades para utilizar su conocimiento previo sobre proporcionalidad, así como algunos de los conceptos relacionados (Sección 2.3). De igual manera propició el reconocimiento de relaciones proporcionales y apoyó el refinamiento el conocimiento de los estudiantes desarrollando sus habilidades para la construcción, argumentación y comunicación de modelos.

5.1.3 El ambiente de trabajo

El ambiente de trabajo fue muy importante, pues, como se mencionó en la Sección 2.4, el desarrollo del conocimiento es un *proceso social*, el cual, requiere que ciertos mecanismos estén disponibles (diversidad, selección, propagación y conservación). Este desarrollo se propició a través del trabajo en un ambiente colaborativo dentro del aula y las discusiones grupales llevadas a cabo al finalizar la resolución de las actividades por equipo. De igual manera, durante las discusiones grupales se compartieron los modelos alcanzados en equipo mejorando la habilidad de comunicación mediante la argumentación, así como la modificación, ampliación y refinamiento de los mismos. Esto permitió que algunos estudiantes mostraran una transición entre ciclos (Tabla 4.7).

5.1.4 El papel del docente

Como se señaló en el apartado 2.5 de esta tesis, el papel del docente fue de suma importancia. Una de las labores del docente fue diseñar, implementar y evaluar la secuencia didáctica, por lo que debía anticiparse a posibles soluciones y ambigüedades. Mediante cuestionamientos (Tabla 3.1), el docente guió a los estudiantes para ayudarlos a trazar conexiones a la solución del problema fomentando la fluidez (Sección 3.3) entre las representaciones matemáticas usadas o requeridas (Tabla 3.2).

El docente también creó un ambiente de debate donde los estudiantes aprendieron mientras explicaban y justificaban su modelo ante sus compañeros y el propio maestro, permitiéndole al estudiante autoevaluarse e ir desarrollando conocimiento.

Lo anterior nos permite contestar la pregunta de investigación planteada en la Sección 1.2, las APM que integraron la secuencia didáctica propuesta en esta tesis permitieron a los estudiantes de nivel superior profundizar en la noción de proporcionalidad, y conceptos relacionados como función lineal, al utilizar este conocimiento en la resolución de situaciones cercanas a la realidad.

5.2 Recomendaciones

Como se observó en la Tabla 4.5, ninguno de los estudiantes logró completar las tres actividades de evaluación. Los posibles factores que impidieron a los alumnos concretar las actividades son: la limitante del tiempo para la realización de dichas actividades y la corrección en los cálculos al detectar la interpretación errónea de un dato en el primer problema. Por ello, se sugiere lo siguiente: designar al menos tres horas para la realización de dichas actividades (una hora por actividad) dejando a criterio del docente si la evaluación se llevará a cabo en una, dos o tres secciones; y hacer hincapié en la cantidad de fármaco en la solución del primer problema (0.02 ml por cada 0.15 ml de disolvente).

Es importante reconocer que las actividades que integraron la secuencia de esta tesis fueron diseñadas para permitir la evolución del concepto de proporcionalidad, así como integrar otros conceptos relacionados. Los resultado obtenidos a partir de la implementación de la secuencia en la etapa piloto y final, así como la aplicación aislada de algunas de las actividades durante el ciclo otoño del 2017 en la materia AG109 con estudiantes de Sistemas Comerciales ha permitido realizar algunos cambios a las actividades, obteniendo como resultado un cuadernillo incluido en el Anexo 3. Se recomienda al profesor usar el cuadernillo, si desea utilizar las actividades descritas en esta tesis.

Las modificaciones más importantes realizadas a las actividades son: la inserción de una nueva actividad de calentamiento, previa a la actividad A5 de la secuencia antes vista, la cual permite familiarizar a los estudiantes con el contexto del ambiente laboral. Se cambió la redacción de la actividad A8 (anteriormente A7), pues muchos de los estudiantes que ingresan a nivel universitario no cuentan con nociones en el área de estadística, por ello, se les dificulta trabajar directamente con tablas de frecuencia. Finalmente, se enriquecieron las actividades visualmente con imágenes con el objetivo de ser atractivas para el estudiante.

REFERENCIAS

Abrate, R., Pochulu, M. & Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en matemática: Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Docuprint

Andonegui-Zabala, M. (2006). *Razones y proporciones*. Recuperado de http://www.scioteca.caf.com/handle/123456789/538

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 296-333). NY: Macmillan Publishing. Recuperado de http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/92_1.html

Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: Horsori.

Crespo, C. (2009). Acerca de la comprensión y significado de los números irracionales en el aula de matemática. En *Revista Premisa*, *11*(41), 21-30. Recuperado de http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1K3MQNGDC-B1XP1R-1GZJ/Crespo,%20C.%20BIBLIOTECA%20CLASE%203.pdf

Crippa, A.L., Grimaldi, V., & Machiunas M. V. (2005). *La proporcionalidad*. Buenos Aires: Dirección General de Cultura y Educación Gobierno de la Provincia de Buenos Aires Subsecretaria de Educación.

Cristóbal, C. (2007). *Programa de curso: Matemáticas generales*. Manuscrito no publicado, Universidad de Quintana Roo, México.

Doerr, H. M. (2016). Designing sequences of model development task. En *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (pp.197-205). Estados Unidos de America: NCTM.

Fernández, J. J. (2014). *La división tras enunciados problemáticos: errores y dificultades* (Tesis de pregrado) Universidad de Granada, España.

García-Cruz, J. A. (1999). *La Didáctica de las Matemáticas: una visión general*. Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Juan_Garcia_Cruz/publication/283356374_La_Didactica_de_las_Matematicas_una_vision_general/links/56375ec908aebc004000e8d7

Godino, J. D. & Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros.* Recuperado de www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on teaching, learning, and problem solving in mathematics education*. Estados Unidos de America: Lawrence Erlbaum Associate.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., Post, T., (2000). Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. *En Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-646). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Maiorca, C., & Stohlmann, M. (2016). Inspiring students in integrated STEM Education through modeling activities. *En Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (pp.153-161). Estados Unidos de America: NCTM.

Megginson, B., Sosa, L., Padilla-Carrillo, E. I., Solares, A., Martínez, C. & Lozano, D. (2015). Un estudio del concepto de igualdad. En M. García-Campos, & I.T. Sandoval-Cáceres (Ed.), *Memorias CMO-BIRS: Concept Study-Profound Understanding of Teachers' Mathematics*. Recuperado de http://prism.ucalgary.ca/handle/1880/51529

Mochón-Cohen, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación Matemática*, 24(1) 133-157. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262012000100006

NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, Sevilla, España.

Oller-Marcén, A. M., & Gairín-Sallán, J. M. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(3), 317-338. doi: 10.12802/relime.13.1632

Ramírez, M., & Block, D. (2009). La razón y la fracción: un vínculo difícil en las matemáticas escolares. *Educación matemática*, 21(1), 63-90. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-58262009000100004&script=sci_arttext

Rees, P.K., & Sparks, F. W. (2011). *Algebra.* México: Reverté.

Reyes-Gasperini, D. (2013). *La transversalidad de la proporcionalidad*. México: Subsecretaría de Educación Pública.

Rivas, M., & Godino, J., & Castro, W. (2012). Desarrollo del Conocimiento para la Enseñanza de la Proporcionalidad en Futuros Profesores de Primaria. *Boletim de Educação Matemática, 26* (42 B), 559-588. Recuperado de http://www.redalyc.org/html/2912/291223574008/

Santos-Trigo, M. (2014). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos.* México: Trillas.

Spiegel, M. R. & Moyer R. E. (2007). *Álgebra superior.* México: McGraw-Hill

Vargas-Alejo, V., & Reyes-Rodríguez, A., & Cristóbal-Escalante, C. (2016). Ciclos de entendimiento de los conceptos de función y variación. En *Educación Matemática, 28* (2), 59-83.

Valverde, G. (2013). *Competencias Matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros de educación primaria* (Tesis doctoral) Universidad de Granada, España.

Vergnaud, G. (1995). *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Trillas

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. La teoría de los campos conceptuales. En *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10(2), 133-170.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative Conceptual Field: What and Why? En *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 41-59) Estados Unidos de America: University of New York

ANEXO 1

ACTIVIDADES QUE INTEGRARON LA SECUENCIA IMPLEMENTADA

Actividad A1

Instrucciones: Lee el siguiente artículo y responde las preguntas que se te plantean al final.

Lectura 1. Importancia de la calidad alimentaria en las clínicas y hospitales: las dietas hospitalarias, definición y tipos fundamentales.

Uno de los retos al que se enfrentan quienes tienen que dar de comer a personas enfermas es precisamente la falta de apetito que habitualmente sufren a causa de la enfermedad. Pero, para que estas personas se restablezcan y recuperen la salud cuanto antes, es un requisito esencial que sigan una buena alimentación. *Las dietas hospitalarias ocupan un espacio delicado por naturaleza: representan uno de los grandes retos de la gestión hospitalaria, tanto a nivel de* ***costos*** *como de* ***logística****, y a la vez es uno de los puntos más importantes a la hora de valorar los servicios recibidos por parte del paciente.*

Los menús de un restaurante tienen que agradar y generar beneficios, los menús de las dietas hospitalarias tienen que ayudar a mejorar la salud del paciente y/o mantener un estatus *nutricional* óptimo, incurrir en la menor cantidad de costos posibles y también, cómo no, ser del agrado de la persona *hospitalizada*.

Los menús que se sirven en los hospitales no solamente pasan rigurosos controles de calidad alimentaria, sino que además exigen de un largo proceso de planificación para garantizar que cada paciente reciba los nutrientes que necesita, evitando aquellos alimentos o aditivos alimentarios que perjudican a su salud y disfrutando del bienestar que aporta el momento de la comida. Son muchos los detalles que hay que cuidar en la cocina y el servicio de menú de los enfermos y, además, los hospitales necesitan hacerlo con un presupuesto reducido.

Un cuerpo mal alimentado o desnutrido se expone a una disminución de defensas importante y, en este estado, el organismo será incapaz de combatir las agresiones quedando vulnerable a las enfermedades. Si ya de por sí la persona se encuentra delicada de salud, su sistema inmunitario no podrá realizar las funciones habituales, entre ellas, la de defensa. **La medicina más importante para un paciente es la correcta alimentación**.

Objetivos *y características de la restauración hospitalaria*

La **cocina o restauración hospitalaria** tiene un objetivo claro: conseguir que el paciente se recupere pronto y bien de su enfermedad. Tan importante como los ingredientes utilizados en la elaboración de los platos, es el método de elaboración y el cuidado escrupuloso para tratar que los alimentos conserven al máximo sus nutrientes, al mismo tiempo que resulten apetitosos.

<u>¿Qué son las dietas hospitalarias?</u>

Las dietas hospitalarias son planes de alimentación mediante los cuales se seleccionan los alimentos más adecuados, para garantizar que un enfermo hospitalizado mantenga o alcance un estado de nutrición óptimo (Goikoetxea, 2008). Pueden perseguir un efecto terapéutico, de mantenimiento o preventivo.

Las dietas hospitalarias son un elemento esencial del proceso de recuperación del enfermo, que parte de sus necesidades y restricciones, de ahí que su naturaleza sea esencialmente individualizada. Un enfermo puede necesitar una dieta hipercalórica debido a que está desnutrido, mientras otros, por el contrario, necesitarán una restricción en la ingesta de calorías.

Tipos fundamentales de dietas hospitalarias

Hay enfermos que no necesitan un régimen dietético especial, debido a que no tiene déficits nutricionales ni su enfermedad demanda el control de determinados nutrientes. En esos casos se aplicaría lo que se denomina dieta **basal o normal.** Estas dietas hospitalarias deben tener en cuenta los gustos del paciente, pero también la necesidad de mantener un estado de nutrición óptimo.

Cuando una persona hospitalizada presenta necesidades nutricionales específicas, entonces se aplica una **dieta terapéutica**, que no es más que un plan de alimentación adaptado a las características del enfermo y que es parte importante de su tratamiento médico. Hay una gran diversidad de dietas terapéuticas, tal vez las más conocidas son las dietas de progresión donde encontramos la dieta líquida, la semilíquida y la blanda.

Articulo modificado. Fuente y título de artículos originales de donde se tomó la información:
Dietas hospitalarias, definición y tipos fundamentales http://www.viu.es/dietas-hospitalarias/
La importancia de la calidad alimentaria en las clínicas y hospitales para el proceso de sanación de pacientes
http://www.delsys.net/blog-de-seguridad-alimentaria-de-delsys/seguridad-e-higiene/la-importancia-de-la-calidad-alimentaria-en-las-clinicas-y-hospitales-para-el-proceso-de-sanacion-de-pacientes

Preguntas

1. ¿A qué crees que se refiera la lectura cuando menciona que los costos y la logística representan un reto en la gestión hospitalaria?
2. ¿Consideras relevante el papel de la persona encargada de la alimentación de los pacientes internados en un hospital? Explica porque
3. ¿Dónde radica la importancia en la prescripción médica de una dieta?

Actividad A2

Equipo_________ FECHA_________________

Nombres____

____

____

Instrucciones: Lee detenidamente cada uno de los problemas que se te presentan a continuación, identifica y analiza los datos, discute las posibles respuestas a las preguntas que se te hacen y no olvides argumentar tus respuestas.

NOTA: si necesitas más espacio para escribir, usa la parte de atrás de las hojas.

Problema 1: dieta blanda

Sandra y Carlos son dos amigos que estudian medicina. Ambos están haciendo sus prácticas en un hospital privado. Dentro de las actividades que realizan brindan apoyo a la persona encargada de vigilar la recuperación de pacientes hospitalizados y su alimentación. Sin embargo, la persona encargada se ve en la necesidad de buscar quien la supla en el turno matutino durante una semana. El suplente debe llevar a cabo las siguientes actividades durante la ausencia de la encargada: elaborar diariamente los alimentos correspondientes al desayuno de los pacientes de acuerdo con la prescripción del médico, estimar la cantidad de alimentos a comprar para elaborar los platillos de los pacientes y, finalmente, estimar el posible costo de alimentos requeridos para llevar a cabo los desayunos.

La encargada pidió a Sandra y Carlos que la suplieran durante su ausencia y ambos aceptaron, por lo que ella les hizo entrega de información que considera útil durante su ausencia

- Una tabla elaborada por el hospital con la estimación de pacientes que requerirán alimentos durante la semana de su ausencia (Tabla 1). El médico ha prescrito una dieta blanda para estos pacientes por lo que los alimentos deben elaborarse diariamente para garantizar frescura e higiene.

- Una tabla que contiene los alimentos y la cantidad correspondiente a una dieta blanda de un paciente adulto (Tabla 2). La encargada les señaló que los infantes consumen los mismos alimentos, sólo que sus platillos equivalen a media ración de un adulto.

- Además, información basada en su experiencia como encargada respecto a medidas y cantidades equivalentes, así como el precio por alimento (Tabla 3). La encargada les mencionó que debían tener una consideración especial con el puré de manzana, pues se necesitaba aproximadamente una manzana para hacer 4/5 de taza de puré (Tabla 4).

Tabla1: Estimación de pacientes hospitalizados que requerirán una dieta blanda para el desayuno

Día	Pacientes	
	Adultos	Infantes
Lunes	3	0
Martes	0	0
Miercoles	0	0
Jueves	0	0
Viernes	5	4
Sábado	7	2
Domingo	4	1
Total semana	19	7

Tabla 2: Alimentos contemplados en la dieta blanda de un paciente adulto

Alimento	Cantidad
Huevo	2 piezas
Gelatina	1 taza
Galletas	9 Piezas
Puré de manzana	2/3 taza
Vaso con agua	1 pieza

Tabla 3: Información adicional basada en la experiencia de la encargada respecto a la estimación de cantidad por alimento, su equivalencia en presentación comercial y costo.

Alimento	Presentación comercial	Cantidad aproximada por presentación	Costo de la presentación
Huevo	Una docena	12 piezas	$ 20.50
Gelatina	un sobre de189 gramos	4 1/2 tazas	$ 9.40
Galletas	un paquete de 170 gramos	45 piezas	$ 11.00
Manzana	1 kilogramo	6 piezas	$ 45.00
Agua	1 litro	4 vasos	$ 7.50

Tabla 4: Estimación de tazas de puré de manzana en relación a las unidades de manzana

	Manzanas	Taza de pure
Puré de manzana	1 pieza	4/5

Con esta información, Carlos y Sandra deben:

1. Estimar, basándose en la dieta blanda de un adulto, la cantidad de alimentos que requieren diariamente y un total semanal para los 26 platillos de los pacientes del hospital (19 adultos y 7 infantes).
2. Estimar cuantos gramos, litros o piezas de cada alimento se utilizarán durante la semana, sin embargo se debe describir los detalles relacionados con el día y para qué tipo de paciente se está considerando dicho alimento
3. Hacer un presupuesto del dinero que se necesitará para comprar los alimentos basados en los costos de las presentaciones. El presupuesto se solicita semanalmente, pero debe

detallarse respecto a cuánto del mismo es asignado diariamente y especificar si será destinado para la dieta de un adulto o para la de un infante.

Ayuda a Carlos y Sandra a construir uno o varios procedimientos que les permita conocer la información que requieren.

Es importante que consideres que la información con la que cuentan está basada en estimaciones y puede llegar a cambiar, esto significa que puede haber cambios en la cantidad de pacientes en el hospital, o en los costos de las presentaciones de los alimentos, etc. Por ello, sugiere un procedimiento que les permita hacer modificaciones cuando sean necesarias.

Redacta una carta dirigida a Carlos y Sandra sugiriendo qué estrategia utilizar para resolver los problemas.

Actividad A3

Instrucciones: Lee el siguiente artículo y responde las preguntas que se te plantean al final.

Lectura 2: El costo de vivir con diabetes

Hasta hace unos años, la diabetes era considerada un padecimiento de los adultos mayores en países desarrollados, sin embargo, las previsiones de la Federación Internacional de Diabetes (IDF, por sus siglas en inglés) para el 2025 calculan 227.9 millones de diabéticos en el mundo, con especial incidencia en países en vías de desarrollo.

Su impacto afecta no sólo la salud física sino también la financiera de quienes la padecen, por los elevados costos para su tratamiento. En este artículo se describe esta enfermedad crónico-degenerativa y lo que cuesta vivir con ella.

¿Qué es?

La diabetes es un desorden metabólico en el que el organismo es incapaz de producir insulina. Los síntomas más frecuentes de la diabetes se presentan cuando las personas tienen sed excesiva, necesidad frecuente de orinar, pérdida de peso, cansancio y la sensación de mucha hambre.

De acuerdo con cifras del SINAIS, en México, ésta es una de las pocas enfermedades que afecta más a mujeres que a hombres. En 2005: las defunciones del género femenino (36,248) fueron 17.5% más que las del masculino (30,842). Por otra parte, en México, desde hace cinco años es la principal causa de muerte, según cifras del Sistema Nacional de Información de Salud de 2005.

El costo económico y social

Para las personas que viven con diabetes el impacto inmediato se presenta en la disminución de la calidad de vida y la muerte prematura, si no se cuidan y no siguen un tratamiento adecuado. También, las familias resultan afectadas debido a que están inmersas en los continuos gastos que requiere el tratamiento de la enfermedad.

Según la IDF en los países industrializados, 25% de los gastos médicos se destinan para tratar la enfermedad; otro 25% se gasta para las complicaciones y 50% se consume para la asistencia médica general con este padecimiento.

En América Latina, las familias con algún diabético desembolsan entre 40% y 60% de su ingreso para su cuidado. En México, la Secretaría de Salud informó, en un comunicado en mayo pasado, que el tratamiento de la diabetes representa 34% del presupuesto de servicios sociales del país. Asimismo mencionó que los costos indirectos y directos para el tratamiento de la enfermedad son de 330 y 100 millones de dólares anuales, respectivamente.

Lo que cuesta

La insulina y los hipoglucemiantes orales son los medicamentos que se utilizan para bajar y regular los niveles de glucosa en el cuerpo, los cuales se deben complementar con una adecuada alimentación y actividad física.

Las personas con diabetes tipo 1 requieren de la administración diaria de insulina, mientras que las del tipo 2 pueden utilizar tanto los antidiabéticos orales como la insulina o una combinación de ambas.

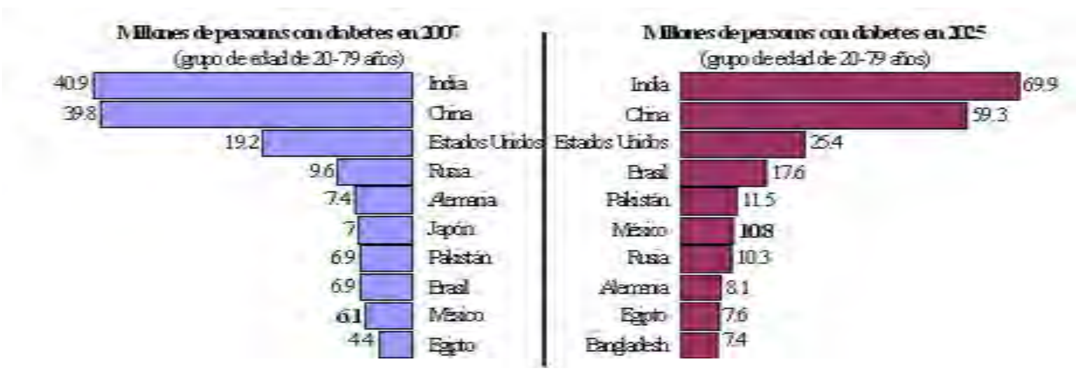
El mecanismo de acción de cada medicamento se elabora de acuerdo con el perfil del paciente. Hay tratamientos en los que se ingiere insulina o una pastilla, mientras que en otros se requieren varias dosis de insulina. Todo depende de la respuesta de cada paciente al tratamiento médico.

Se estima que, cuando el paciente sólo requiere algunos medicamentos puede llegar a gastar mensualmente $1,217, pero si la persona necesita de varios cuidados y medicamentos puede llegar a gastar más de $4,000 al mes.

Datos relevantes

Los cálculos de la Organización Mundial de la Salud (OMS) indican que las personas diabéticas en el mundo serán 366 millones para el año 2030, si no se previene adecuadamente.

Actualmente México ocupa el noveno lugar en el mundo con 6.1 millones de diabéticos. Para 2025 la IDF estimó que contará con 10.8 millones de personas. Es decir, ocupará el sexto lugar mundial (ver gráficos).



Fuente: Dirección General de Estudios sobre Consumo de la Profeco, con datos de la Federación Internacional de Diabetes (IDF).

Documento basado en la publicación de "brújula profeco", año 2007:
http://www.profeco.gob.mx/encuesta/brujula/bruj_2007/bol47_diabetes.asp

Preguntas:

¿Tienes algún pariente o conoces a alguna persona enferma de diabetes?

¿Sabes qué tratamiento están siguiendo para controlar su enfermedad? Coméntalo con tus compañeros

¿Conoces el costo del tratamiento?

Actividad A4

Equipo_________ FECHA_________________

Nombres____
____
____

Instrucciones: Lee detenidamente cada uno de los problemas que se te presentan a continuación, identifica y analiza los datos, discute las posibles respuestas a las preguntas que se te hacen y no olvides argumentar tus respuestas.

NOTA: si necesitas más espacio para escribir, usa la parte de atrás de las hojas

Problema 2: Gasto en tratamiento a través del tiempo

El hospital donde Sandra y Carlos llevan a cabo sus prácticas reúne varias especialidades, es por ello que sus instalaciones cuentan con una pequeña farmacia que surte de medicamentos a los pacientes del hospital y al público en general. El encargado de la farmacia lleva a cabo la revisión del inventario de manera trimestral, esta actividad requiere de al menos tres personas: el encargado de farmacia y dos ayudantes para mantener en funcionamiento la farmacia durante el proceso de inventario. Comúnmente son los practicantes quienes ayudan al encargado de farmacia durante el proceso, por lo que Carlos y Sandra fueron asignados a la farmacia, su labor era actualizar los precios de los medicamentos bajo la supervisión del encargado.

Durante el proceso de actualización de precios Carlos y Sandra observaron que medicamentos como la aspirina mantenían el mismo precio del año pasado, mientras que los medicamentos para el tratamiento para la diabetes, en un año habían duplicado su precio. Otros medicamentos también registraron un incremento, por ejemplo el tratamiento de la hiperuricemia aumentó un 50% con respecto al año anterior.

Esta experiencia hizo reflexionar a Carlos y Sandra pues ambos tienen familiares cercanos con enfermedades crónicas. La madre de Sandra fue diagnosticada con diabetes tipo 1 desde hace cinco años y un mes, mientras su abuela diabetes tipo 2 desde hace diez años y tres meses. Por su parte, el padre de Carlos fue diagnosticado con hiperuricemia desde hace veinte años y siete meses. Desde entonces hasta el día de hoy, todos ellos están bajo tratamiento.

Carlos y Sandra decidieron investigar cuánto gastaban sus familias en el tratamiento de sus enfermedades y obtuvieron la siguiente información:

Tabla 5: Gasto mensual en tratamiento de enfermedades crónicas

Gasto en el periodo	Tipo de enfermedad crónica:		
	Hiperuricemia	Diabetes tipo 1	Diabetes tipo 2
Mensual	$ 454.00	$ 1,327.00	$ 1,670.00

Ambos amigos quieren saber cómo pueden conocer el monto que se ha gastado en tratamientos para cada uno de sus familiares y el monto que se gastará en tratamientos para sus familiares en los próximos 5 años.

Ayuda a ambos amigos a encontrar un procedimiento para:

- ✓ Conocer una cantidad aproximada del gasto que se ha generado durante el tiempo que sus familiares han estado bajo tratamiento. (Sugerencia: puedes suponer que el gasto mensual en tratamientos se mantuvo constante desde el día en que los diagnosticaron hasta el día de hoy)
- ✓ Conocer una cantidad aproximada de cuánto podrían gastar los próximos cinco años de vida sus familiares suponiendo que se incremente anualmente un 50% en el tratamiento de la hiperuricemia, se duplique el tratamiento para la diabetes tipo 1 y se triplique el tratamiento de diabetes tipo 2.

Escribe una carta donde expliques el procedimiento que seguiste para estimar el posible monto que han gastado los familiares de Sandra y Carlos en su tratamiento, así como el monto que estimas que gastarán anualmente los próximos 5 años.

Actividad A5

Equipo_________ FECHA_________________

Nombres____
____
____
_

Instrucciones: Lee detenidamente cada uno de los problemas que se te presentan a continuación, identifica y analiza los datos, discute las posibles respuestas a las preguntas que se te hacen y no olvides argumentar tus respuestas.

NOTA: si necesitas más espacio para escribir, usa la parte de atrás de las hojas

Problema 3: salario mínimo y gasto en medicamento

En el hospital privado donde Carlos y Sandra hacen sus prácticas, una de las personas de limpieza es diagnosticada con diabetes tipo 1. Ellos conocen al empleado y saben que recibe un salario mínimo ($80.00 pesos diarios), lo que corresponde a una jornada de tiempo completo (8 horas diarias), como pago de sus servicios de limpieza del hospital.

Cuando tuvieron la oportunidad de hablar con el conserje se dieron cuenta que este no consideraba la gravedad del diagnóstico ni el costo que implicaba el tratamiento. Por lo que Carlos y Sandra le explicaron la importancia de someterse al tratamiento, y el posible costo del mismo ($1,370.00 pesos). Después de la plática, el conserje les solicitó a Carlos y a Sandra que le ayudaran a evaluar algunas opciones considerando su situación económica. Ellos decidieron ayudarle.

El conserje les compartió la manera en que había asignado, hasta entonces, el ingreso de la familia por rubro (Tabla 6).

Tabla 6: asignación por rubro del ingreso de una familia mexicana que recibe salario mínimo.

Concepto	%
Salario minimo	100.0%
Transferencia de gasto	1.1%
Cuidados personales	7.2%
Educación y esparcimiento	5.6%
Tranporte y comunicaciones	11.3%
Cuidados de la salud	2.8%
Articulos y servicios para la casa	6.5%
Vivienda y combustibles	10.5%
Vestido y calzado	4.2%
Alimentos, bebidas tabaco	50.7%

Carlos y Sandra saben que el conserje tiene varias opciones. La primera es mantener su ingreso mensual, pero asignar una cantidad mayor a los cuidados de la salud. Otra opción implica aumentar su jornada laboral lo cual puede hacer aceptando horas extras de trabajo en el hospital. Las horas extra son pagadas a 15 pesos pero no se le pueden asignar más de cuatro horas diarias. También existe la posibilidad tener dos trabajos de tiempo completo donde se vea duplicado su salario.

Ayuda a Carlos y Sandra a elaborar varios escenarios que le permitan al conserje evaluar sus tres opciones. Escribe una carta donde les expliques cuál es el procedimiento que seguiste y cuál de las opciones que encontraste consideras la mejor y por qué. Explica el análisis que realizaste para llegar lo que consideras la mejor sugerencia para el conserje.

Actividad A6

Instrucciones: Lee el siguiente artículo y responde las preguntas que se te plantean al final.

Lectura 3: El papel de la estadística en la mejora de la salud

Según la OMS (Organización Mundial de la Salud) los países necesitan estadísticas sanitarias para saber por qué mueren las personas o cuáles son las causas de enfermedades y traumatismos. Esta información relevante es muy valiosa pues, entre otras cosas, le permite a los gobiernos de distintos países abordar los problemas de salud y priorizar el uso de recursos sanitarios.

La OMS analiza cada año los datos de sus 193 Estados Miembros y elabora estimaciones de carga de morbilidad y mortalidad las cuales se publican en el informe Estadísticas Sanitarias Mundiales. Dichas estimaciones generan varios indicativos, por ejemplo, que los riesgos para la salud están cambiando. En efecto, la OMS ha determinado que *el número de personas que mueren por enfermedades infecciosas en los países de ingresos bajos y medianos está disminuyendo, pero está aumentando el de personas que padecen enfermedades crónicas* (como la diabetes) a consecuencia de los cambios en las pautas de actividad física y de consumo. Estos países ahora deben cubrir las necesidades de dos sectores pues, adicionalmente a las enfermedades que tradicionalmente afectan a los países pobres, ahora también deben enfrentan enfermedades crónicas no transmisibles.

Los datos en los cuales se basan los análisis estadísticos de la OMS provienen de innumerables fuentes y los resultados estadísticos se obtienen aplicando diversos métodos, por ejemplo: encuestas domiciliarias, los informes sistemáticos presentados por los servicios de salud, el registro civil, los censos de población y los sistemas de vigilancia epidemiológica, entre otros.

Al efectuar las estimaciones de las cifras de cada país, la OMS aplica métodos de análisis que mejoran la calidad de los datos e imparten transparencia a los ajustes que se necesitan para que los datos puedan compararse mejor entre los países y a lo largo del tiempo.

Actualmente, solo 31 de los 193 Estados Miembros proporcionan a la Organización estadísticas fidedignas y de gran calidad sobre las causas de defunción. A escala mundial, 38 millones de los 57 millones de defunciones anuales (es decir, dos terceras partes) no se registran.

Articulo basado en la publicación "Estadísticas y salud" fuente: http://www.who.int/features/qa/73/es/

Preguntas

¿Qué consideras "información relevante" en un estudio estadístico a nivel mundial? Escribe ejemplos

Actividad A7

Equipo_________ FECHA_________________

Nombres____

____

____

Instrucciones: Lee detenidamente cada uno de los problemas que se te presentan a continuación, identifica y analiza los datos, discute las posibles respuestas a las preguntas que se te hacen y no olvides argumentar tus respuestas. NOTA: si necesitas más espacio para escribir, usa la parte de atrás de las hojas

Problema 5-: ingesta de bebidas

En el marco del Día Mundial, la Universidad de Quintana Roo planea implementar una serie de programas dirigidos a la población para concientizarla respecto a lo importante que es llevar a cabo hábitos alimenticios saludables para prevenir enfermedades como la diabetes. Sin embargo, debido a recientes reducciones en su presupuesto debe elegir a quién dirigir los programas (si a la población universitaria o al público en general).

Carlos y Sandra encuestaron dos poblaciones distintas y para poder llevar a cabo un análisis de ambas, decidieron hacer las siguientes tablas de frecuencia (tablas 7 a la 16). La Uqroo utilizará esta información para tomar la decisión, así como la sugerencia que Carlos y Sandra aporten.

<u>Población Universitaria encuestada por Carlos</u>: De los datos obtenidos se realizaron las siguientes tablas de frecuencia (tablas 7, 8, 9, 10 y 11).

Tabla 7: Edad del encuestado

Edad (años)	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
18	30.00	0.45
19	19.00	0.29
20	11.00	0.17
21	1.00	0.02
22	2.00	0.03
23	1.00	0.02
27	2.00	0.03
Total general	66.00	1.00

Tabla 8: Género del encuestado

Genero	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
Femenino	36.00	0.55
Masculino	30.00	0.45
Total general	66.00	1.00

Tabla 9: IMC del encuestado

Rango IMC	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
De 18 a 24.9	45.00	0.68
De 25 a 26.9	7.00	0.11
De 27 a 29.9	11.00	0.17
De 30 a 39.9	3.00	0.05
Total general	66.00	1.00

Tabla 10: Consumo diario de agua del encuestado

Consumo agua	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
De litro y medio a dos litros	18.00	0.27
De un litro a litro y medio	33.00	0.50
Mas de 2 litros	3.00	0.05
Menos de un litro	12.00	0.18
Total general	66.00	1.00

Tabla 11: Cosumo diario de refresco del encuestado

Consumo refresco	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
De medio litro a un litro	16.00	0.24
Menos de medio litro	13.00	0.20
Nulo	37.00	0.56
Total general	66.00	1.00

<u>Población encuestada por Sandra</u>: con la información de las encuestas se realizaron las tablas de frecuencia 12, 13, 14, 15 y 16.

Tabla 12: Edad del encuestado

Edad (años)	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
18	3	0.03
19	2	0.02
20	3	0.03
21	3	0.03
22	2	0.02
23	2	0.02
24	2	0.02
25	2	0.02
26	3	0.03
27	2	0.02
28	2	0.02
30	2	0.02
31	3	0.03
32	3	0.03
33	1	0.01
35	3	0.03
36	1	0.01
37	1	0.01
38	3	0.03
39	3	0.03
40	3	0.03
41	2	0.02
42	3	0.03
43	3	0.03
44	2	0.02
45	4	0.04
46	3	0.03
47	3	0.03
48	4	0.04
49	1	0.01
50	3	0.03
51	1	0.01
52	2	0.02
53	1	0.01
54	2	0.02
55	1	0.01
56	2	0.02
57	2	0.02
58	2	0.02
59	2	0.02
60	1	0.01
61	4	0.04
62	3	0.03
63	2	0.02
65	1	0.01
66	1	0.01
70	1	0.01
75	1	0.01
Total general	106	1.00

Tabla 13: Genero del encuestado

Genero	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
Femenino	52	0.49
Masculino	54	0.51
Total general	106	1.00

Tabla 14: Rango IMC del encuestado

Rango IMC	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
Menor 18	2	0.02
De 18 a 24.9	32	0.30
De 25 a 26.9	28	0.26
De 27 a 29.9	33	0.31
De 30 a 39.9	11	0.10
Total general	106	1.00

Tabla 15: Consumo diario de refresco del encuestado

Consumo refresco	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
Nulo	6	0.06
Menor a litro y medio	55	0.52
De litro y medio a dos litros y medio	36	0.34
Mas de dos litros y medio	9	0.08
Total general	106	1.00

Tabla 16: Consumo diario de agua del encuestado

Consumo agua	Frecuencia	
	Absoluta	Relativa
De litro y medio a dos litros y medio	32	0.30
Mas de dos litros y medio	11	0.10
Menor a litro y medio	52	0.49
Nulo	11	0.10
Total general	106	1.00

Analiza la información de las tablas de frecuencia de ambas poblaciones, compara ambas poblaciones, ¿Qué puedes deducir de esta información?

Con base en tu análisis, sugiere a qué población dirigirías los programas y justifica por qué.

Redacta una carta donde les sugieras a Carlos y a Sandra una manera de analizar y comparar ambas poblaciones

ANEXO 2

ACTIVIDADES QUE INTEGRARON LA EVALUACIÓN

Actividad A8

La sala de urgencias de un hospital recibe a 6 pacientes adultos con el mismo cuadro infeccioso y el médico de guardia debe administrar una solución de medicamento cuyo fármaco debe estar a razón de .02 ml por cada .15ml de diluyente. La solución resultante del medicamento se administra en dosis de 0.075 ml por cada 1,500 g de peso corporal. El peso en kilogramos de cada uno de los pacientes ingresados es: 58kg, 52kg, 60kg, 69kg, 71kg y 83kg.

Si el hospital cuenta con una cantidad limitada del fármaco sin diluir y los pacientes requieren varias dosis del tratamiento en el hospital ¿Cómo podemos estimar la cantidad de fármaco requerida para el tratamiento de los 6 pacientes ingresados?

Si el hospital cuenta con una cantidad limitada del fármaco sin diluir y los pacientes sólo requieren de una dosis en el hospital, ¿Cómo se podría estimar la cantidad de pacientes que puede atender con el mismo tratamiento en el hospital?

Actividad A9

Un hospital privado decide comprar un equipo cuyo precio de venta en efectivo (de contado) es de $159,000 pesos. Disponen de $10,000 pesos en efectivo para el enganche y basados en datos históricos saben que al mes dispondrán de $5,000.00 pesos mensuales para liquidar su deuda, por lo que están dispuestos a adquirir un financiamiento por 3 años. Dadas estas condiciones, el vendedor de los equipos de ultrasonido les propone tres formas de pago distintas.

Analiza los tres planes de financiamiento y sugiérele al hospital cuál de los tres debe escoger y explica por qué.

PLAN A

Este esquema contempla el pago de un enganche de 10,000 pesos de contado y mensualidades a pagar fijas de $5,000 pesos mensuales durante 36 meses.

Tabla 1

Plan A	
Enganche	$ 10,000.00
Mensualidad fija	$ 5,000.00
Plazo	36 meses

PLAN B

Tabla 2

Bajo este esquema el precio del equipo de ultrasonido asciende a $170,000.00 pesos. Los pagos se realizaran de la siguiente manera: $10,000.00 pesos de contado (lo cual representa el enganche del equipo) y 36 mensualidades donde cada mensualidad será de $1,050 más el 6.4% de interés sobre el saldo que resta por pagar (también llamados saldos insolutos).

Plan B	
Precio Vta	$ 170,000.00
Enganche	$ 10,000.00
Mensualidad fija	$ 1,050.00
Saldo por pagar	$ 160,000.00
Interes sobre saldos insolutos	6.4%

PLAN C

Tabla 3

Pagar de contado el equipo. Esto es, pagar $159,000 pesos en efectivo a la empresa para adquirir el equipo. Como el hospital sólo cuenta con $10,000 pesos en efectivo, para poder pagar de contado el equipo, debe solicitar al banco un préstamo a 36 meses por lo que resta por pagar. El banco ofrece un 11% de interés al año.

Plan C	
Precio Vta	$ 159,000.00
Enganche	$ 10,000.00
Monto financiado	$ 149,000.00
interes anual	11%

Actividad 10

Se ha llevado a cabo un estudio para conocer hábitos de consumo de bebidas entre los habitantes de Chetumal. Se deseaba saber si había alguna relación entre el índice de masa corporal (IMC) y el consumo de agua o el consumo de refresco. Para ello realizaron las siguientes tablas (tabla 4 y tabla 5).

Tabla 4: Consumo diario de agua e IMC

Consumo de agua					
IMC	Ninguno	Menor a litro y medio	De litro y medio a dos litros y medio	Mas de dos litros y medio	Total general
Menor 18	1			1	2
De 18 a 24.9	4	21	5	2	32
De 25 a 26.9	3	10	13	2	28
De 27 a 29.9	2	15	11	5	33
De 30 a 39.9	1	6	3	1	11
Total general	11	52	32	11	106

Tabla 5: consumo diario de refresco e IMC

Consumo de refresco					
IMC	Ninguno	Menor a litro y medio	De litro y medio a dos litros y medio	Mas de dos litros y medio	Total general
Menor 18	1		1		2
De 18 a 24.9	1	15	14	2	32
De 25 a 26.9	3	12	10	3	28
De 27 a 29.9	1	19	10	3	33
De 30 a 39.9		9	1	1	11
Total general	6	55	36	9	106

Sugiere un método para analizar y comparar la información contenida en las tablas

ANEXO 3

CUADERNILLO DE ACTIVIDADES

ACTIVIDADES 1 Y 2

IMPORTANCIA DE LA CALIDAD ALIMENTARIA EN LAS CLÍNICAS Y HOSPITALES

LAS DIETAS HOSPITALARIAS, DEFINICIÓN Y TIPOS FUNDAMENTALES

Uno de los retos al que se enfrentan quienes tienen que dar de comer a personas enfermas es precisamente la falta de apetito que habitualmente sufren a causa de la enfermedad. Pero, para que estas personas se restablezcan y recuperen la salud cuanto antes, es un requisito esencial que sigan una buena alimentación. Las dietas hospitalarias ocupan un espacio delicado por naturaleza: representan uno de los grandes retos de la gestión hospitalaria, tanto a nivel de costos como de logística, y a la vez es uno de los puntos más importantes a la hora de valorar los servicios recibidos por parte del paciente

LOS MENÚS DE UN RESTAURANTE TIENEN QUE AGRADAR Y GENERAR BENEFICIOS, LOS MENÚS DE LAS DIETAS HOSPITALARIAS TIENEN QUE AYUDAR A MEJORAR LA SALUD DEL PACIENTE Y/O MANTENER UN ESTATUS NUTRICIONAL ÓPTIMO, INCURRIR EN LA MENOR CANTIDAD DE COSTOS POSIBLES Y TAMBIÉN, CÓMO NO, SER DEL AGRADO DE LA PERSONA HOSPITALIZADA.

Son muchos los detalles que hay que cuidar en la cocina y el servicio de menú de los enfermos y, además, los hospitales necesitan hacerlo con un presupuesto reducido.

Un cuerpo mal alimentado o desnutrido se expone a una disminución de defensas importante y, en este estado, el organismo será incapaz de combatir las agresiones quedando vulnerable a las enfermedades. Si ya de por sí la persona se encuentra delicada de salud, su sistema inmunitario no podrá realizar las funciones habituales, entre ellas, la de defensa. La medicina más importante para un paciente es la correcta alimentación.

OBJETIVOS Y CARACTERÍSTICAS DE LA RESTAURACIÓN HOSPITALARIA

La cocina o restauración hospitalaria tiene un objetivo claro: conseguir que el paciente se recupere pronto y bien de su enfermedad. Tan importante como los ingredientes utilizados en la elaboración de los platos, es el método de elaboración y el cuidado escrupuloso para tratar que los alimentos conserven al máximo sus nutrientes, al mismo tiempo que resulten apetitosos.

¿Qué son las dietas hospitalarias?

Las dietas hospitalarias son planes de alimentación mediante los cuales se seleccionan los alimentos más adecuados, para garantizar que un enfermo hospitalizado mantenga o alcance un estado de nutrición óptimo (Goikoetxea, 2008). Pueden perseguir un efecto terapéutico, de mantenimiento o preventivo.

Las dietas hospitalarias son un elemento esencial del proceso de recuperación del enfermo, que parte de sus necesidades y restricciones, de ahí que su naturaleza sea esencialmente individualizada. Un enfermo puede necesitar una dieta hipercalórica debido a que está desnutrido, mientras otros, por el contrario, necesitarán una restricción en la ingesta de calorías.

OBJETIVO CLARO

La cocina o restauración hospitalaria tiene un objetivo claro: conseguir que el paciente se recupere pronto y bien de su enfermedad

Tipos fundamentales de dietas hospitalarias

Hay enfermos que no necesitan un régimen dietético especial, debido a que no tiene déficits nutricionales ni su enfermedad demanda el control de determinados nutrientes. En esos casos se aplicaría lo que se denomina dieta basal o normal. Estas dietas hospitalarias deben tener en cuenta los gustos del paciente, pero también la necesidad de mantener un estado de nutrición óptimo.

Cuando una persona hospitalizada presenta necesidades nutricionales específicas, entonces se aplica una dieta terapéutica, que no es más que un plan de alimentación adaptado a las características del enfermo y que es parte importante de su tratamiento médico. Hay una gran diversidad de dietas terapéuticas, tal vez las más conocidas son las dietas de progresión donde encontramos la dieta líquida, la semilíquida y la blanda.

Articulo modificado. Fuente y título de artículos originales de donde se tomó la información:

Dietas hospitalarias, definición y tipos fundamentales http://www.viu.es/dietas-hospitalarias/

La importancia de la calidad alimentaria en las clínicas y hospitales para el proceso de sanación de pacientes http://www.delsys.net/blog-de-seguridad-alimentaria-de-delsys/seguridad-e-higiene/la-importancia-de-la-calidad-alimentaria-en-las-clinicas-y-hospitales-para-el-proceso-de-sanacion-de-pacientes

Enfoque

De acuerdo con el texto contesta las siguientes preguntas.

1. ¿A qué crees que se refiera la lectura cuando menciona que los costos y la logística representan un reto en la gestión hospitalaria?

2. ¿Consideras relevante el papel de la persona encargada de la alimentación de los pacientes internados en un hospital? Explica porque

3. ¿Dónde radica la importancia en la prescripción médica de una dieta?

AYUDA

Sandra y Carlos son dos amigos que estudian medicina. Ambos están haciendo sus prácticas en un hospital privado. Dentro de las actividades que realizan brindan apoyo a la persona encargada de vigilar la recuperación de pacientes hospitalizados y su alimentación. Sin embargo, la persona encargada se ve en la necesidad de buscar quien la supla en el turno matutino durante una semana. El suplente debe llevar a cabo las siguientes actividades durante la ausencia de la encargada: elaborar diariamente los alimentos correspondientes al desayuno de los pacientes de acuerdo con la prescripción del médico, estimar la cantidad de alimentos a comprar para elaborar los platillos de los pacientes y, finalmente, estimar el posible costo de alimentos requeridos para llevar a cabo los desayunos.

La encargada pidió a Sandra y Carlos que la suplieran durante su ausencia y ambos aceptaron, por lo que ella les hizo entrega de información que considera útil durante su ausencia

- Una tabla elaborada por el hospital con la estimación de pacientes que requerirán alimentos durante la semana de su ausencia (Tabla 1). El médico ha prescrito una dieta blanda para estos pacientes por lo que los alimentos deben elaborarse diariamente para garantizar frescura e higiene.
- Una tabla que contiene los alimentos y la cantidad correspondiente a una dieta blanda de un paciente adulto (Tabla 2). La encargada les señaló que los infantes consumen los mismos alimentos, sólo que sus platillos equivalen a media ración de un adulto.
- Además, información basada en su experiencia como encargada respecto a medidas y cantidades equivalentes, así como el precio por alimento (Tabla 3). La encargada les mencionó que debían tener una consideración especial con el puré de manzana, pues se necesitaba aproximadamente una manzana para hacer 4/5 de taza de puré (Tabla 4).

Tabla1: estimación de pacientes hospitalizados que requerirán una dieta blanda para el desayuno

Pacientes	Día							Total semana
	Lunes	Martes	Miercoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	
Adultos	3	0	0	0	5	7	4	19
Infantes	0	0	0	0	4	2	1	7

Tabla 2: alimentos contemplados en la dieta blanda de un paciente adulto

Alimento	Cantidad
Huevo	2 piezas
Gelatina	1 taza
Galletas	9 piezas
Puré de manzana	2/3 taza
Vaso con agua	1 pieza

Tabla 3: información adicional basada en la experiencia de la encargada respecto a la estimación de cantidad por alimento, su equivalencia en presentación comercial y costo.

Alimento	Presentación comercial	Cantidad aproximada por presentación	Costo de la presentación
Huevo	Una docena	12 piezas	$ 20.50
Gelatina	un sobre de189 gramos	4 1/2 tazas	$ 9.40
Galletas	un paquete de 170 gramos	45 piezas	$ 11.00
Manzana	1 kilogramo	6 piezas	$ 45.00
Agua	1 litro	4 vasos	$ 7.50

Tabla 4: estimación de tazas de puré de manzana en relación a las unidades de manzana

Manzana	Puré de manzana
1 pieza	4/5 taza

Con esta información, Carlos y Sandra deben:

- Estimar, basándose en la dieta blanda de un adulto, la cantidad de alimentos que requieren para los realizar los platillos de los pacientes del hospital (19 adultos y 7 infantes).
- Estimar cuantos gramos, litros y/o piezas de cada alimento se utilizarán para la elaboración de los platillos.
- Hacer un presupuesto del dinero que se necesitará para comprar los alimentos basados en los costos de las presentaciones.

Ayuda a Carlos y Sandra a construir uno o varios procedimientos que les permita conocer la información que requieren.

Es importante que consideres que la información con la que cuentan está basada en estimaciones y puede llegar a cambiar, esto significa que puede haber cambios en la cantidad de pacientes en el hospital, o en los costos de las presentaciones de los alimentos, etc. Por ello, sugiere un procedimiento que les permita hacer modificaciones cuando sean necesarias.

Redacta una carta dirigida a Carlos y Sandra sugiriendo qué estrategia utilizar para resolver los problemas.

ACTIVIDADES 3 Y 4

EL COSTO DE VIVIR CON DIABETES

Volumen 1/Número 1

HASTA HACE UNOS AÑOS…

la diabetes era considerada un padecimiento de los adultos mayores en países desarrollados, sin embargo, las previsiones de la Federación Internacional de Diabetes (IDF, por sus siglas en inglés) para el 2025 calculan 227.9 millones de diabéticos en el mundo, con especial incidencia en países en vías de desarrollo

En este artículo se describe la enfermedad crónico-degenerativa llamada deiabetes y lo que cuesta vivir con ella.

¿QUÉ ES LA DABETES?

La diabetes es un desorden metabólico en el que el organismo es incapaz de producir insulina. Los síntomas más frecuentes de la diabetes se presentan cuando las personas tienen sed excesiva, necesidad frecuente de orinar, pérdida de peso, cansancio y la sensación de mucha hambre.

De acuerdo con cifras del SINAIS, en México, ésta es una de las pocas enfermedades que afecta más a mujeres que a hombres. En 2005: las defunciones del género femenino (36,248) fueron 17.5% más que las del masculino (30,842). Por otra parte, en México, desde hace cinco años es la principal causa de muerte, según cifras del Sistema Nacional de Información de Salud de 2005.

El costo económico y social

Para las personas que viven con diabetes el impacto inmediato se presenta en la disminución de la calidad de vida y la muerte prematura, si no se cuidan y no siguen un tratamiento adecuado. También, las familias resultan afectadas debido a que están inmersas en los continuos gastos que requiere el tratamiento de la enfermedad.

Según la IDF en los países industrializados, 25% de los gastos médicos se destinan para tratar la enfermedad; otro 25% se gasta para las complicaciones y 50% se consume para la asistencia médica general con este padecimiento.

En América Latina, las familias con algún diabético desembolsan entre 40% y 60% de su ingreso para su cuidado.

En México, la Secretaría de Salud informó, en un comunicado en mayo pasado, que el tratamiento de la diabetes representa 34% del presupuesto de los servicios sociales del país. Asimismo mencionó que los costos indirectos y directos para el tratamiento de la enfermedad son de 330 y 100 millones de dólares anuales, respectivamente.

Lo qué cuesta

La insulina y los hipoglucemiantes orales son los medicamentos que se utilizan para bajar y regular los niveles de glucosa en el cuerpo, los cuales se deben complementar con una adecuada alimentación y actividad física.

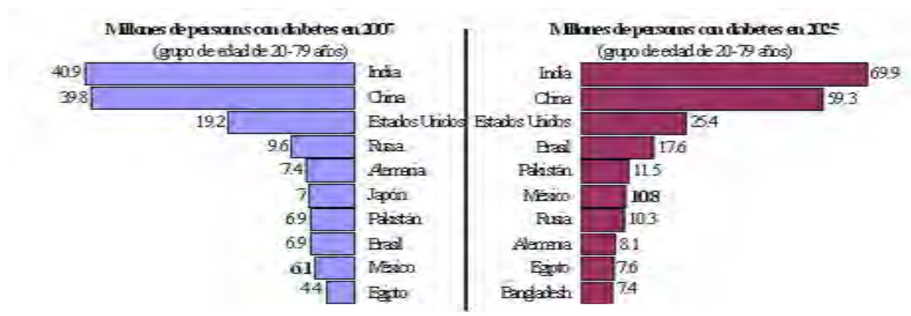
Las personas con diabetes tipo 1 requieren de la administración diaria de insulina, mientras que las del tipo 2 pueden utilizar tanto los antidiabéticos orales como la insulina o una combinación de ambas.

El mecanismo de acción de cada medicamento se elabora de acuerdo con el perfil del paciente. Hay tratamientos en los que se ingiere insulina o una pastilla, mientras que en otros se requieren varias dosis de insulina. Todo depende de la respuesta de cada paciente al tratamiento médico.

Datos relevantes:

Los cálculos de la Organización Mundial de la Salud (OMS) indican que las personas diabéticas en el mundo serán 366 millones para el año 2030, si no se previene adecuadamente.

Actualmente México ocupa el noveno lugar en el mundo con 6.1 millones de diabéticos. Para 2025 la IDF estimó que contará con 10.8 millones de personas. Es decir, ocupará el sexto lugar mundial (ver gráficos).



Fuente: Dirección General de Estudios sobre Consumo de la Profeco, con datos de la Federación Internacional de Diabetes (IDF).

Documento basado en la publicación de "brújula profeco", año 2007:
http://www.profeco.gob.mx/encuesta/brujula/bruj_2007/bol47_diabetes.asp

Se estima que…

Si el paciente sólo requiere algunos medicamentos puede llegar a gastar mensualmente $1,217, pero, de necesitar la persona varios cuidados y medicamentos puede llegar a gastar más de $4,000 al mes.

ENFOQUE

¿Tienes algún pariente o conoces a alguna persona enferma de diabetes?

¿Sabes qué tratamiento están siguiendo para controlar su enfermedad? Coméntalo con tus compañeros

¿Conoces el costo del tratamiento?

AYUDA

El hospital donde Sandra y Carlos llevan a cabo sus prácticas reúne varias especialidades, es por ello que sus instalaciones cuentan con una pequeña farmacia que surte de medicamentos a los pacientes del hospital y al público en general. El encargado de la farmacia lleva a cabo la revisión del inventario de manera trimestral, esta actividad requiere de al menos tres personas: el encargado de farmacia y dos ayudantes para mantener en funcionamiento la farmacia durante el proceso de inventario. Comúnmente son los practicantes quienes ayudan al encargado de farmacia durante el proceso, por lo que Carlos y Sandra fueron asignados a la farmacia, su labor era actualizar los precios de los medicamentos bajo la supervisión del encargado.

Durante el proceso de actualización de precios Carlos y Sandra observaron que medicamentos como la aspirina mantenían el mismo precio del año pasado, mientras que los medicamentos para el tratamiento de enfermedades crónico degenerativas, en un año habían duplicado su precio. Otros medicamentos también registraron un incremento, por ejemplo el tratamiento de la hiperuricemia aumentó un 50% con respecto al año anterior.

Esta experiencia hizo reflexionar a Carlos y Sandra pues ambos tienen familiares cercanos con enfermedades crónicas. La madre de Sandra fue diagnosticada con diabetes tipo 1 desde hace cinco años, mientras su abuela diabetes tipo 2 desde hace diez años. Por su parte, el padre de Carlos fue diagnosticado con hiperuricemia desde hace veinte años. Desde entonces hasta el día de hoy, todos ellos están bajo tratamiento.

Carlos y Sandra decidieron investigar cuanto gastaban sus familias en el tratamiento de sus enfermedades y obtuvieron la siguiente información:

Tabla 5: Gasto mensual en tratamiento de enfermedades crónicas

Gasto en el periodo	**Tipo de enfermedad crónica**		
	Hiperuricemia	Diabetes tipo 1	Diabetes tipo 2
Mensual	\$454.00	\$1,327.00	\$1,670.00

Ambos amigos quieren saber cómo pueden conocer el monto que se ha gastado en tratamientos para cada uno de sus familiares y cuánto podría costar el tratamiento para sus familiares.

Ayuda a ambos amigos a encontrar un procedimiento para:

- conocer una cantidad aproximada del gasto que se ha generado durante el tiempo que sus familiares han estado bajo tratamiento. (Sugerencia: puedes suponer que el gasto mensual en tratamientos se mantuvo constante desde el día en que los diagnosticaron hasta el día de hoy)
- conocer la cantidad aproximada que podrían costar los tratamientos en diez años. Para ello supón que los medicamentos se incrementen de la siguiente manera:
  - El tratamiento de hiperuricemia anualmente un 50% anualmente
  - El tratamiento para la diabetes tipo 1 duplique su costo anualmente
  - El tratamiento de diabetes tipo 2 aumente un 7% anualmente

Escribe una carta donde expliques el procedimiento que seguiste para estimar el posible monto de lo que han gastado los familiares de Sandra y Carlos en su tratamiento hasta el día de hoy, así como el monto que estimas que costará el medicamento en 10 años.

ACTIVIDADES 5 Y 6

EXTRA Y JORNADA LABORAL

Volumen 1/Número 1

¿QUÉ ES EL SALARIO?

Salario es la retribución que recibe un trabajador por los servicios prestados a su empleador durante un lapso estipulado y bajo una remuneración pactada, es decir es lo que nos pagan por trabajar una cantidad de horas establecidas. Esta remuneración está estipulada en un contrato y tiene que cumplir con ciertos estándares establecido en la Ley Federal del Trabajo donde quedan plasmadas las normas que se deben cumplir entre trabajadores y patrones.

El salario tiene un valor mínimo establecido en cada país por una cantidad mínima de horas mensuales por lo que nadie puede ganar menos de lo estipulado.

Vale aclarar que el salario que cobraremos tiene una cantidad de deducciones finales (aportes a la seguridad social, entre otros) que terminan por conformar lo que recibiremos efectivamente. El sueldo bruto recibe las deducciones y las gratificaciones (horas extras, entre otras) para finalmente terminar por conformar el sueldo neto.

¿Qué es el salario mínimo?

Según lo establece el Artículo 90 de la Ley Federal del Trabajo, el salario mínimo es la cantidad menor que debe recibir en efectivo el trabajador por los servicios prestados en una jornada de trabajo.

Además, este salario mínimo deberá ser suficiente para satisfacer las necesidades normales de un jefe de familia en el orden material, social y cultural, y para proveer a la educación obligatoria de los hijos.

Por último, se considera de utilidad social el establecimiento de instituciones y medidas que protejan la capacidad adquisitiva del salario y faciliten el acceso de los trabajadores a obtención de satisfacciones.

Según lo establece la Constitución, el salario mínimo no podrá ser objeto de embargo, compensación o descuento alguno.

SALARIO MÍNIMO

Los nuevos salarios mínimos legales que rigen desde el 1 de enero de 2017 son los siguientes:

Salario único:

80.04 pesos diarios

Salario mínimo de un trabajador

Profesión e ingreso

Articulo basado en:

http://salariominimo.com.mx/salario-en-mexico/
https://www.abogado.com/recursos/horas-y-salarios/-cu-ntas-horas-constituyen-un-empleo-de-tiemp.html
https://www.abogado.com/recursos/horas-y-salarios/salarios-minimos-y-tiempo-extra.html
https://misalario.org/main/conocetusderechos/compensacion

¿CÓMO Y QUIÉN CALCULA EL SALARIO MÍNIMO?

La Comisión Nacional de los Salarios Mínimos (CONASAMI) es el organismo encargado de fijar los salarios mínimos legales en la República Mexicana.

Para fijar el salario mínimo del siguiente año, analizan varios aspectos de la vida cotidiana y de la economía que les permite concluir cuanto dinero necesita un trabajador para "vivir dignamente" en función del costo de vida, la inflación producto del aumento de los precios.

Cada año el salario mínimo aumenta en función del costo de vida que significa para un trabajador en función de la inflación que tiene el país. Este deberá ser suficiente para satisfacer las necesidades normales de la vida del obrero, su educación y sus placeres honestos, considerándolo como jefe de familia.

¿CUÁL ES LA LÍNEA NACIONAL DE POBREZA?

El encargado de medir la línea de pobreza en México es el Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (CONEVAL) quien ha determinado que esta línea de bienestar se encuentra en 2,179.42 pesos mensuales para la zona urbana en diciembre del 2010.

¿JORNADA LABORAL Y HORAS EXTRA?

Las horas de trabajo se definen en la ley como el tiempo durante el cual el trabajador estará disponible para ofrecer sus servicios al empleador.

Las horas de trabajo máximas son de 8 horas al día y 48 horas semanales para la jornada diurna, y 7 horas por día y 42 horas semanales para los trabajadores de jornada nocturna, mientras que son 7.5 horas al día y 45 horas semanales para los trabajadores mixtos (diurna y nocturna). Trabajadores y empleadores determinan la longitud de un día de trabajo, sin embargo no pueden excederse del máximo legal.

Las horas de trabajo pueden ser extendidas más allá de las horas diarias y semanales normales debido a circunstancias excepcionales y extraordinarias, sin embargo, estas horas adicionales no pueden exceder 3 horas al día y tres veces a la semana, es decir, 9 horas a la semana. Las primeras 9 horas extraordinarias se pagan a una tasa del 200% del salario normal. Si un trabajador tiene que trabajar más de 9 horas de trabajo extra a la semana, el empleador tiene que pagarle el 300% del salario normal.

Las horas diarias de trabajo pueden ampliarse en la medida necesaria para combatir el peligro en caso de catástrofe o peligro inminente (o riesgo inminente para la vida de un trabajador o empleador o la propia existencia de la empresa). En tal caso, las reglas de horas extras (horas máximas y compensación más alta) no se aplican y los trabajadores reciben su remuneración normal.

ENFOQUE

Según el Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (CONEVAL) ¿Cuál es el ingreso mínimo en una zona urbana (lo que llama la lectura "linea del bienestar")? ¿Qué opinas de este dato?

¡AYUDA A DON RAÚL!

Hace unos días, Carlos y Sandra se enteraron que una persona muy cercana a ellos fue diagnosticada con diabetes tipo 1. Ellos aprecian mucho a esta persona, pues la conocen desde hace tiempo y les preocupa tanto su estado de salud como su situación económica. Carlos y Sandra saben que el tratamiento es costoso y que esta persona percibe un salario mínimo ($80.00 pesos diarios), lo que corresponde a una jornada de tiempo completo (48 horas a la semana), como pago por el servicio que presta de Lunes a Domingo, con un día de descanso a la semana, el cual, le pagan como si lo trabajase.

Cuando tuvieron la oportunidad de hablar con él se dieron cuenta que este no consideraba la gravedad del diagnóstico ni el costo que implicaba el tratamiento. Le explicaron la importancia de someterse al tratamiento, y el posible costo del mismo ($1,370.00 pesos mensuales). Después de la plática, Don Raúl les solicitó a Carlos y a Sandra que le ayudaran a evaluar algunas opciones considerando su situación económica. Ellos decidieron ayudarle.

Don Raúl les compartió la manera en que había asignado, hasta entonces, su ingreso por rubro (Tabla 6).

Concepto	%
Salario mínimo	100.0%
Cuidados personales	7.3%
Educación y esparcimiento	5.6%
Tranporte y comunicaciones	11.3%
Cuidados de la salud	2.8%
Articulos y servicios para la casa	6.5%
Vivienda y combustibles	11.6%
Vestido y calzado	4.2%
Alimentos, bebidas tabaco	50.7%

Tabla 6: asignación por rubro del ingreso de una familia mexicana que recibe salario mínimo.

Carlos y Sandra saben que Don Raúl tiene varias opciones. La primera es mantener su ingreso mensual, pero asignar una cantidad mayor a los cuidados de la salud. Otra opción implica aumentar su jornada laboral lo cual puede hacer aceptando horas extras en su trabajo. Las horas extra son pagadas a 15 pesos pero no se le pueden asignar más de cuatro horas diarias. También existe la posibilidad tener dos trabajos de tiempo completo donde se vea duplicado su salario, pero también su jornada laboral.

Ayuda a Carlos y Sandra a evaluar las tres opciones de Don Raúl y sugiere una cuarta opción viable pero distinta a las anteriores. Escribe una carta donde expliques cuál opción sugieres que sería lo mejor para Don Raúl y porqué. Esto es muy importante porque Don Raúl es una persona que es muy difícil de convencer, por lo que debes justificar muy bien la sugerencia que hagas.

ACTIVIDADES 7 Y 8

BOLETÍN DE SALUD

ARTÍCULOS Y TEMAS DE INTERÉS PARA EL SECTOR SALUD

EL PAPEL DE LA ESTADÍSTICA EN LA MEJORA DE LA SALUD

OMS

Según la OMS (Organización Mundial de la Salud) los países necesitan estadísticas sanitarias para saber por qué mueren las personas o cuáles son las causas de enfermedades y traumatismos.

Esta información relevante es muy valiosa pues, entre otras cosas, les permite a los gobiernos de distintos países abordar los problemas de salud y priorizar el uso de recursos sanitarios.

La OMS analiza cada año los datos de sus 193 Estados Miembros y elabora estimaciones de carga de morbilidad y mortalidad las cuales se publican en el informe Estadísticas Sanitarias Mundiales. Dichas estimaciones generan varios indicativos, por ejemplo, que los riesgos para la salud están cambiando. En efecto, la OMS ha determinado que el número de personas que muere por enfermedades infecciosas en los países de ingresos bajos y medianos está disminuyendo, pero está aumentando el de personas que padecen enfermedades crónicas (como la diabetes) a consecuencia de los cambios en las pautas de actividad física y de consumo. Estos países ahora deben cubrir las necesidades de dos

> LA OMS ANALIZA CADA AÑO LOS DATOS DE SUS 193 ESTADOS MIEMBROS Y ELABORA ESTIMACIONES DE CARGA DE MORBILIDAD Y MORTALIDAD

MÉXICO, UNO DE LOS PAISES MÁS OBESOS DEL MUNDO

Uno de cada seis mexicanos padece de diabetes y las muertes por el padecimiento es una de las principales causas entre los mexicanos. Cerca de 70,000 personas mueren por diabetes en México y poco más de 400, 000 nuevos casos son diagnosticados por año.

Un estudio realizado por la FAO reveló que México tiene entre su población un 32.8% de personas obesas -por encima de Estados Unidos con un 31.8%-

Fuente: http://www.forbes.com.mx/mexico-el-pais-mas-obeso-del-mundo/#gs.HDZYCHU sectores pues, adicionalmente a las enfermedades que tradicionalmente afectan a los países pobres, ahora también deben enfrentan enfermedades crónicas no transmisibles.

Los datos en los cuales se basan los análisis estadísticos de la OMS provienen de innumerables fuentes y los resultados estadísticos se obtienen aplicando diversos métodos, por ejemplo: encuestas domiciliarias, los informes sistemáticos presentados por los servicios de salud, el registro civil, los censos de población y los sistemas de vigilancia epidemiológica, entre otros.

Al efectuar las estimaciones de las cifras de cada país, la OMS aplica métodos de análisis que mejoran la calidad de los datos e imparten transparencia a los ajustes que se necesitan para que los datos puedan compararse mejor entre los países y a lo largo del tiempo.

Actualmente, solo 31 de los 193 Estados Miembros proporcionan a la Organización estadísticas fidedignas y de gran calidad sobre las causas de defunción. A escala mundial, 38 millones de los 57 millones de defunciones anuales (es decir, dos terceras partes) no se registran

Articulo basado en la publicación "Estadísticas y salud"
Fuente: http://www.who.int/features/qa/73/es/

Enfoque

Lee y contesta la siguiente pregunta en relaciona a la lectura

¿Qué consideras "información relevante" en un estudio estadístico a nivel mundial? Incluye ejemplos para ilustrar tu punto

Ayuda

En el marco del Día Mundial de la Salud, la Universidad de Quintana Roo planea implementar una serie de programas dirigidos a la población para concientizarla respecto a lo importante que es llevar a cabo hábitos alimenticios saludables para prevenir enfermedades como la diabetes. Sin embargo, debido a recientes reducciones en su presupuesto debe elegir a quién dirigir los programas (si a la población universitaria o al público en general).

El comité organizador del programa decidió lanzar una convocatoria a los estudiantes para que sugieran a que población deben dirigir el programa y porque. La mejor aportación recibirá un premio.

Carlos y Sandra decidieron participar en la convocatoria. Ellos tomaron la iniciativa de encuestar a los dos sectores de la población involucrados y, con la información recopilada, llenaron dos bases de datos: una con la población universitaria (base de datos A) y otra con datos de la población en general (Base de datos B). Los estudiantes pretenden analizar ambas bases y compararlas para realizar un informe y presentar al comité de la UQROO un documento que les permita a los encargados del programa tomar una decisión. Carlos y Sandra deben incluir una sugerencia respecto a cuál de las dos poblaciones se debe dirigir el programa, por ello, el documento que realicen debe permitirles sustentar el porqué de su decisión.

Ayuda a Carlos y Sandra a realizar el análisis la información contenida en las bases de datos A y B, compáralas. Es importante que consideres qué puedes deducir de esta información.

Propón una manera de llevar a cabo el análisis de las bases de datos, y en base a ello sugiere a qué población consideras que se debe dirigir el programa. No olvides justificar cómo llegaste a esta decisión y explicar el procedimiento que seguiste para que Carlos y Sandra puedan emularlo en alguna otra ocasión.

Redacta una carta donde les sugieras a Carlos y a Sandra una manera de analizar y comparar ambas poblaciones.

Base de datos A: población universitaria

#	Nombre	Genero	Edad	Estatura	Peso	IMC	Vasos bebidos de agua[1]	Vasos bebidos de refresco[1]
1	Scarlett	F	20	176	74	23.9	De 5 a 6	De 1 a 2
2	Adolfo	M	27	190	89	24.7	De 5 a 6	De 1 a 2
3	Pame	F	20	160	70	27.3	Mas de 9	Ningun vaso
4	Amaury	M	19	165	86	31.6	De 7 a 8	De 1 a 2
5	Luz	F	19	154	52	21.9	De 3 a 4	De 1 a 2
6	Rocío	F	18	153	48	20.5	De 5 a 6	Ningun vaso
7	Henry	M	18	163	78	29.4	De 3 a 4	Ningun vaso
8	Arturo	M	20	177	86	27.5	De 3 a 4	De 1 a 2
9	Elgin	M	19	168	74	26.2	De 7 a 8	De 1 a 2
10	Fernanda	F	18	168	78	27.6	De 7 a 8	De 1 a 2
11	José Luis	M	19	173	68	22.7	Mas de 9	Ningun vaso
12	Francisco	M	19	170	72	24.9	De 7 a 8	De 1 a 2
13	Lesly	F	18	153	51	21.8	De 3 a 4	Ningun vaso
14	Miriam	F	19	167	60	21.5	De 3 a 4	Ningun vaso
15	Delia	F	18	160	54	21.1	De 5 a 6	Ningun vaso
16	Luis	M	19	180	80	24.7	Mas de 9	Ningun vaso
17	Christian	M	19	186	66	19.1	De 7 a 8	De 1 a 2
18	Jesus	M	18	160	60.5	23.6	De 7 a 8	Ningun vaso
19	Lizbeth	F	18	157	49	19.9	De 5 a 6	Ningun vaso
20	Daniela	F	20	161	63	24.3	De 7 a 8	De 1 a 2
21	Aldo	M	27	172	80	27.0	De 5 a 6	Ningun vaso
22	Gabriel	M	22	170	80	27.7	De 7 a 8	Ningun vaso
23	Marlem	F	18	156	56	23.0	De 7 a 8	De 1 a 2
24	KELLY	F	18	165	60	22.0	De 3 a 4	Ningun vaso
25	EDWARD	M	22	173	86	28.7	De 7 a 8	Ningun vaso
26	KAREN	F	18	155	54	22.5	De 7 a 8	Ningun vaso
27	EMANUEL	M	19	169	62	21.7	De 1 a 2	De 3 a 4
28	OLEYMI	F	18	158	60	24.0	De 7 a 8	De 1 a 2
29	ERIKA	F	18	162	49	18.7	De 1 a 2	Ningun vaso
30	HEBER	M	19	167	70	25.1	De 7 a 8	Ningun vaso
31	NAOMI	F	18	154	54	22.8	De 5 a 6	Ningun vaso
32	CECILIA	F	20	155	55	22.9	De 3 a 4	De 1 a 2
33	DIANELLI	F	20	164	63.5	23.6	De 3 a 4	De 1 a 2
34	YARITZA	F	18	159	49	19.4	De 3 a 4	Ningun vaso
35	JOSE	M	20	168	96	34.0	De 5 a 6	De 3 a 4
36	MELODY	F	18	150	50	22.2	De 3 a 4	Ningun vaso
37	GABRIELA	F	18	156	55	22.6	De 5 a 6	Ningun vaso
38	PABLO	M	19	169	75	26.3	De 3 a 4	Ningun vaso
39	SAMANTHA	F	18	167	65	23.3	De 7 a 8	Ningun vaso
40	LESLIE	F	18	168	80	28.3	De 5 a 6	Ningun vaso
41	KENETH	M	19	175	80	26.1	De 5 a 6	Ningun vaso

[1] Volumen del líquido contenido en el vaso : 250 ml

42	NERY	F	19	153	60	25.6	De 5 a 6	De 1 a 2
43	ANADELA	F	20	150	44.5	19.8	De 5 a 6	Ningun vaso
44	KATHIA	F	19	152	47	20.3	De 5 a 6	Ningun vaso
45	Luis	M	21	166	94	34.1	De 7 a 8	De 1 a 2
46	Franco	M	23	172	80	27.0	De 5 a 6	De 1 a 2
47	Bresler	M	20	170	72	24.9	De 5 a 6	De 3 a 4
48	Adrian	M	18	174	82	27.1	De 7 a 8	De 1 a 2
49	Jose	M	18	172	84	28.4	De 3 a 4	De 3 a 4
50	Apuleyo	M	19	158	61	24.4	De 3 a 4	De 1 a 2
51	Xiomara	F	19	157	51	20.7	De 3 a 4	De 1 a 2
52	Uribe	M	18	175	75	24.5	De 7 a 8	De 1 a 2
53	Roberto	M	18	168	68	24.1	De 3 a 4	De 1 a 2
54	Braulio	M	18	175	60	19.6	De 5 a 6	Ningun vaso
55	Kelvin	M	20	160	64	25.0	De 7 a 8	Ningun vaso
56	Carlos	M	19	162	63	24.0	De 3 a 4	De 1 a 2
57	Lesly	F	19	153	57	24.3	De 1 a 2	Ningun vaso
58	Estrella	F	19	159	63	24.9	De 5 a 6	Ningun vaso
59	Esteban	M	20	171	56	19.2	De 3 a 4	Ningun vaso
60	Claret	F	18	154	60	25.3	De 3 a 4	De 1 a 2
61	Miriam	F	18	152	45	19.5	De 3 a 4	De 1 a 2
62	Saralee	F	18	161	56	21.6	De 5 a 6	Ningun vaso
63	Ana	F	18	158	52	20.8	De 5 a 6	Ningun vaso
64	Samantha	F	18	159	56	22.2	De 3 a 4	Ningun vaso
65	Lia	F	18	152	46	19.9	De 5 a 6	Ningun vaso
66	Maria Jose	F	18	164	67	24.9	De 3 a 4	Ningun vaso

Base de datos B: población en general

#	Nombre	Genero	Edad	Estatura	Peso	IMC	Vasos bebidos de agua[1]	Vasos bebidos de refresco[1]
1	Alicia	F	32	165	70	25.71	Ningun vaso	De 7 a 8
2	Fernanda	F	28	150	49	21.78	De 3 a 4	De 5 a 6
3	Juan	M	28	162	72	27.43	De 5 a 6	De 3 a 4
4	Pedro	M	41	162	68	25.91	De 7 a 8	De 3 a 4
5	Luis	M	52	161	68	26.23	De 1 a 2	De 5 a 6
6	Ramón	M	45	169	82	28.71	De 3 a 4	De 7 a 8
7	Julia	F	18	153	57	24.35	De 5 a 6	De 3 a 4
8	Rosa	F	54	160	70	27.34	De 5 a 6	De 3 a 4
9	Luisa	F	40	160	71	27.73	De 3 a 4	De 3 a 4
10	Pamela	F	39	162	64	24.39	De 5 a 6	De 5 a 6
11	Rosa	F	54	153	48	20.50	De 7 a 8	De 3 a 4
12	Maria	F	48	158	61	24.44	De 9 a 10	De 1 a 2
13	Jose	M	31	162	69	26.29	De 7 a 8	Ningun vaso
14	Julisa	F	19	158	59	23.63	De 3 a 4	De 5 a 6
15	Rebeca	F	46	157	61	24.75	De 5 a 6	De 3 a 4
16	Graciela	F	32	161	68	26.23	Ningun vaso	De 9 a 10
17	Adriana	F	45	160	65	25.39	De 7 a 8	De 1 a 2
18	Patricia	F	40	157	63	25.56	De 3 a 4	De 9 a 10
19	Ramiro	M	44	168	80	28.34	De 5 a 6	De 5 a 6
20	Rodolfo	M	52	164	71	26.40	De 7 a 8	De 3 a 4
21	Aaron	M	26	168	75	26.57	De 3 a 4	De 7 a 8
22	Frida	F	36	159	67	26.50	De 7 a 8	De 1 a 2
23	Rocio	F	50	161	63	24.30	De 3 a 4	De 5 a 6
24	Rubi	F	57	162	69	26.29	De 9 a 10	De 1 a 2
25	Oscar	M	38	164	79	29.37	De 1 a 2	De 13 a más
26	Julio	M	21	165	73	26.81	De 5 a 6	De 5 a 6
27	Rocio	F	50	159	69	27.29	De 3 a 4	De 7 a 8
28	Raul	M	46	162	71	27.05	De 5 a 6	De 5 a 6
29	Francisco	M	23	165	72	26.45	De 11 a 12	Ningun vaso
30	Ricardo	M	47	168	78	27.64	De 9 a 10	De 1 a 2
31	Rolando	M	53	163	73	27.48	Ningun vaso	De 11 a 12
32	Selene	F	59	157	55	22.31	De 3 a 4	De 5 a 6
33	Julia	F	19	153	42	17.94	De 13 a más	Ningun vaso
34	Silvia	F	61	155	52	21.64	De 5 a 6	De 5 a 6
35	Sofia	F	62	158	63	25.24	De 7 a 8	Ningun vaso
36	Mario	M	47	165	63	23.14	De 13 a más	De 1 a 2
37	Adrian	M	35	165	75	27.55	De 3 a 4	De 7 a 8
38	Rafael	M	42	166	60	21.77	De 1 a 2	De 9 a 10
39	Rico	M	48	167	78	27.97	De 5 a 6	De 5 a 6

40	Mia	F	22	168	50	17.72	Ningun vaso	De 9 a 10
41	Monica	F	26	162	63	24.01	Ningun vaso	De 11 a 12
42	Gloria	F	38	154	54	22.77	De 3 a 4	De 7 a 8
43	Beatriz	F	33	165	65	23.88	De 1 a 2	De 7 a 8
44	Sandra	F	58	166	71	25.77	De 7 a 8	De 3 a 4
45	Carmen	F	20	162	55	20.96	De 9 a 10	De 1 a 2
46	Karen	F	18	153	52	22.21	De 3 a 4	De 5 a 6
47	Pablo	M	23	167	77	27.61	De 5 a 6	De 5 a 6
48	Luis	M	55	168	77	27.28	De 11 a 12	De 1 a 2
49	Tomas	M	70	163	82	30.86	De 3 a 4	De 5 a 6
50	Tobias	M	63	169	81	28.36	De 7 a 8	De 3 a 4
51	Rico	M	50	163	71	26.72	De 9 a 10	De 3 a 4
52	Mia	F	24	159	58	22.94	De 5 a 6	De 5 a 6
53	Rafael	M	43	168	79	27.99	De 5 a 6	De 3 a 4
54	Adrian	M	43	170	85	29.41	De 1 a 2	De 9 a 10
55	Julisa	F	24	152	63	27.27	De 3 a 4	De 5 a 6
56	Gloria	F	39	153	51	21.79	Ningun vaso	De 11 a 12
57	Beatriz	F	31	154	59	24.88	De 3 a 4	De 7 a 8
58	Carmen	F	27	158	61	24.44	Ningun vaso	De 9 a 10
59	Luis	M	66	173	87	29.07	De 7 a 8	De 3 a 4
60	Pedro	M	42	172	95	32.11	De 5 a 6	De 5 a 6
61	Sandra	F	58	154	58	24.46	De 11 a 12	De 1 a 2
62	Tobias	M	65	175	88	28.73	De 5 a 6	De 7 a 8
63	Monica	F	42	155	59	24.56	De 3 a 4	De 9 a 10
64	Rodolfo	M	62	155	74	30.80	De 9 a 10	De 1 a 2
65	Ramiro	M	44	172	97	32.79	De 5 a 6	De 3 a 4
66	Adriana	F	35	158	60	24.03	De 3 a 4	De 7 a 8
67	Juan	M	21	171	91	31.12	De 5 a 6	De 3 a 4
68	Ramón	M	45	167	72	25.82	De 9 a 10	De 3 a 4
69	Patricia	F	41	175	81	26.45	Ningun vaso	De 11 a 12
70	Luisa	F	49	157	59	23.94	De 5 a 6	De 5 a 6
71	Josue	M	22	174	81	26.75	De 3 a 4	De 5 a 6
72	Aaron	M	30	175	86	28.08	De 3 a 4	De 7 a 8
73	Ernesto	M	56	178	85	26.83	De 7 a 8	De 3 a 4
74	Hector	M	40	174	86	28.41	De 13 a más	Ningun vaso
75	Humberto	M	61	173	80	26.73	De 3 a 4	De 7 a 8
76	Igor	M	51	172	93	31.44	De 11 a 12	De 1 a 2
77	Ivan	M	35	171	82	28.04	De 7 a 8	De 3 a 4
78	Jose	M	26	170	85	29.41	De 5 a 6	De 5 a 6
79	Oscar	M	38	170	87	30.10	De 5 a 6	De 5 a 6
80	Manuel	M	43	175	91	29.71	De 11 a 12	De 1 a 2
81	Graciela	F	30	160	70	27.34	De 7 a 8	De 3 a 4
82	Alicia	F	31	161	62	23.92	De 5 a 6	De 5 a 6

83	Rubi	F	57	169	89	31.16	Ningun vaso	De 9 a 10
84	Tomas	M	75	173	74	24.73	De 9 a 10	Ningun vaso
85	Mario	M	25	172	92	31.10	De 7 a 8	De 3 a 4
86	Karen	F	25	165	61	22.41	De 5 a 6	De 5 a 6
87	Silvia	F	61	162	62	23.62	De 5 a 6	De 5 a 6
88	Luis	M	60	175	92	30.04	De 1 a 2	De 11 a 12
89	Rebeca	F	47	163	70	26.35	De 7 a 8	De 3 a 4
90	Francisco	M	27	164	70	26.03	De 5 a 6	De 5 a 6
91	Pablo	M	39	161	74	28.55	De 7 a 8	De 3 a 4
92	Julio	M	20	160	68	26.56	De 5 a 6	De 5 a 6
93	Rolando	M	63	176	90	29.05	De 9 a 10	De 3 a 4
94	Rosa	F	56	158	63	25.24	De 3 a 4	De 11 a 12
95	Selene	F	59	159	57	22.55	Ningun vaso	De 7 a 8
96	Raul	M	46	175	90	29.39	De 7 a 8	De 3 a 4
97	Julia	F	18	150	57	25.33	De 11 a 12	De 1 a 2
98	Rocio	F	61	157	57	23.12	De 5 a 6	De 5 a 6
99	Ricardo	M	48	172	90	30.42	De 5 a 6	De 5 a 6
100	Sofia	F	62	152	50	21.64	De 3 a 4	De 9 a 10
101	Margarita	F	21	165	75	27.55	De 7 a 8	De 3 a 4
102	Sandy	F	45	145	55	26.16	De 5 a 6	De 3 a 4
103	Ruben	M	32	156	71	29.17	De 5 a 6	De 5 a 6
104	Mariana	F	37	162	68	25.91	De 1 a 2	De 11 a 12
105	Carlos	M	20	162	78	29.72	De 5 a 6	De 3 a 4
106	Ulises	M	48	172	81	27.38	Ningun vaso	De 13 a más